

中尺度数值模式的资料同化系统 ——(二) 伴随模式系统的检验与试验^{*}

沈桐立¹⁾ 陈子通¹⁾ 丁汇²⁾ 孙麟平³⁾

(1) 南京气象学院气象学系, 南京210044; 2) 国家气候中心, 北京100081; 3) 南京大学数学系, 南京210093)

摘 要 在《中尺度数值模式的资料同化系统——(一) 伴随模式的设计》一文的基础上, 进一步对伴随模式码的检验问题做了讨论。表明采用共轭码方法是可行的。其导出的伴随模式与理论推导的共轭方程是相容的。试验发现该同化系统有消除随机干扰的能力, 同化效果好。在同化过程中, 系统是先同化大尺度信息, 然后逐步同化中小尺度信息。

关键词 中尺度模式, 资料同化, 伴随模式系统, 检验

分类号 P456.7

在《中尺度数值模式的资料同化系统——(一) 伴随模式的设计》一文中已提到: 若采用伴随模式的同化系统, 由于是用模式的方程组作为变分的约束条件, 同化后的结果将可供预报直接使用。另外, 采用这种方法能够同化初始时刻附近多时刻的非常规资料, 将能使预报取得更好的效果^[1~2)]。由于实际预报模式的复杂性, 目前伴随模式同化系统中构造伴随模式是采用最新发展的共轭码方法^[3~9)]。我们采用上述方法构造出一简化的伴随模式系统, 用理想场进行了试验, 证明它具有较强的同化功能。本文将进一步完善对此同化系统的论述, 从理论上导出一种通用的伴随模式码检验方法, 进一步试验表明该系统有自动识别并消除随机干扰的能力。本文用了两个时次的观测场进行了同化试验, 证明该系统有很强的同化能力。在同化过程中, 观测资料中的大尺度信息是最先达到协调, 而后中尺度信息逐渐协调。

上述结果表明采用共轭码方法建立起的同化系统是成功的。

1 伴随模式码的检验

构造伴随模式是一个相当繁杂的工作。为了降低复杂度, 必须把整个模式分成很多小块, 然后逐一完成, 即使这样也很容易出差错, 还必须考虑构造完的小块是否组合正确。所以必须考虑正确性的检验问题。但若考虑的是一些较小模式, 模式方程比较简单, 就不必使用共轭码来构造伴随模式, 直接从共轭方程出发来建立伴随模式会更方便些^[10, 11)]。否则, 需要有一种通用的伴随模式码检验方法。再进一步考虑, 我们还希望它能检验从共轭码方法导出的伴随模式与理论推导的共轭方程组的相容性质。因此, 现从理论出发, 即从模式方程出发来推导其检验

^{*} 国家自然科学基金资助项目49675260

收稿日期: 1997-07-03; 改回日期: 1997-12-30

第一作者简介: 沈桐立, 男, 1939年6月生, 教授

公式。设向前模式的方程为

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} + \mathbf{L}\mathbf{X} = 0 \quad (1)$$

其切线方程和共轭方程为

$$\frac{\partial \mathbf{X}'}{\partial t} + \mathbf{L}'\mathbf{X}' = 0 \quad (2)$$

$$-\frac{\partial \mathbf{X}^*}{\partial t} + \mathbf{L}^*\mathbf{X}^* = 0 \quad (3)$$

其中(2)式为切线方程, $\mathbf{X}$ 为扰动变量, $\mathbf{L}$ 为切线算子, (3)式为共轭方程, $\mathbf{X}^*$ 为共轭变量, $\mathbf{L}^*$ 为共轭算子。由上述两式可推导得

$$\mathbf{X}^*, \frac{\partial \mathbf{X}'}{\partial t} + \mathbf{X}', -\frac{\partial \mathbf{X}^*}{\partial t} + \mathbf{X}^*, \mathbf{L}'\mathbf{X}' - \mathbf{X}', \mathbf{L}^*\mathbf{X}^* = 0 \quad (4)$$

在拉格朗日意义下共轭故有

$$\mathbf{X}^*, \mathbf{L}'\mathbf{X}' = \mathbf{X}', \mathbf{L}^*\mathbf{X}^*$$

所以(4)式可以化为

$$\mathbf{X}^*, \frac{\partial \mathbf{X}'}{\partial t} - \mathbf{X}', -\frac{\partial \mathbf{X}^*}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

所以有

$$\int_0^m \int_2 (\mathbf{X}^* \frac{\partial \mathbf{X}'}{\partial t} + \mathbf{X} \frac{\partial \mathbf{X}^*}{\partial t}) dv dt = 0$$

采用分部积分法则

$$\int_2 [\mathbf{X}^* \mathbf{X}']_{t_0}^{t_m} - \int_0^m \mathbf{X} \frac{\partial \mathbf{X}^*}{\partial t} dt + \int_0^m \mathbf{X} \frac{\partial \mathbf{X}^*}{\partial t} dt dv = 0$$

$$\int_2 [(\mathbf{X} \mathbf{X}^*)_{t_m} - (\mathbf{X} \mathbf{X}^*)_{t_0}] dv = 0$$

$$\int_2 (\mathbf{X} \mathbf{X}^*)_{t_m} dv = \int_2 (\mathbf{X} \mathbf{X}^*)_{t_0} dv$$

所以有

$$\mathbf{X}^*, \mathbf{X}]_{t_m} = \mathbf{X}', \mathbf{X}^*]_{t_0} \quad (6)$$

由(6)式即可导出伴随模式程序码的检验方法。首先注意到 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{X}^*$ 是由许多点元组成的场变量, 只要随机抽查几个点的情况, 则整个场基本上可以得到检验。

现假定抽查 j 点的情况, 那么只需要对 t_m 时刻的 $\mathbf{X}^*$ 场和 t_0 时刻的 $\mathbf{X}$ 场作一定的赋值即可进行检验。

(1) t_m 时刻 $\mathbf{X}^*$ 场赋值

$$\mathbf{X}_i^* = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i=1, 2, \dots, j-1, j+1, \dots, iX \end{cases} \quad (7)$$

其中 iX 为 i 方向最大网格点数。

(2) t_0 时刻的 $\mathbf{X}$ 场赋值

$$\mathbf{X}_i = \begin{cases} \epsilon & i=l \\ 0 & i=1, 2, \dots, l-1, l+1, \dots, iX \end{cases} \quad (8)$$

其中 ϵ 为较小的数, l 为任选的一点, 虽有一定任意性, 但选与 j 点密切关系的 l 点效果较好。

下面介绍具体的检验方法

从 t_0 时刻开始运行向前模式。运行前先做(8)式的赋值。注意(8)式的 $\mathbf{X}$ 是切线方程的扰

动变量, 所以这里的赋值就是在 l 点上加 ϵ 大小的扰动。运行模式到 t_m 时刻, 检查 j 点的扰动大小(也需要运行 l 点上没加扰动的向前模式, 以便进行比较。才能算出 j 点的扰动大小)。假设扰动大小为 ϵ 。

从 t_m 时刻开始向后运行伴随模式。运行前做(7)式的赋值, 即令模式的输入场为零值, 仅 j 点为1, 即 $X_j^* = 1$ 。这样运行伴随模式至 t_0 时刻, 检验 l 点的情况。假设 l 点值的大小为 ϵ , 即 $X_l^* = \epsilon$ 。这样用(6)式检验, 如果有

$$\epsilon \cong \epsilon / \epsilon$$

则检验通过, 上述的检验方法非常通用。可用于对整个模式检验, 也可以用于对一个子程序或某段程序进行检验。

本文抽查地面气压变量 p_s 的情况。

从 t_0 时刻开始运行向前模式, 在变量 u 的 $i = 4, j = 7, k = 2$ (相当前文的 l 点) 点上加一小扰动 $\epsilon = 0.1$, 运行向前模式至 t_m 时刻, 检验变量 p_s 在 $i = 4, j = 7$ (相当前文的 j 点) 点的扰动情况, 结果其扰动大小为 $\epsilon = 6.0141 \times 10^{-5}$ 。

从 t_m 时刻开始运行伴随模式。在其输入场中令为零值, 仅在变量 p_s 的 $i = 4, j = 7$ 点上赋1值。运行至 t_0 时刻, 检验变量 u 在 $i = 4, j = 7, k = 2$, 结果其大小为 $\epsilon = 6.012 \times 10^{-4}$ 。于是有

$$\epsilon \cong \epsilon / \epsilon$$

同样可再选另一点, 用另一变量重复上述的检验过程, 得到检验结果。

对每一个变量的情况都分别进行了检验, 结果表明所导出的伴随模式各变量均通过上述检验。即切线方程和共轭方程联合推导出来的关系式吻合于用共轭码方法导出的伴随模式。也表明, 共轭方程和用共轭码方法导出的伴随模式是相容的。

2 伴随模式系统的检验

前面已介绍伴随模式的码检验, 还需要进行对整个伴随模式系统进行检验。检验之前必须了解伴随模式的基本情况, 已在文献 [1] 中作过介绍, 现再补充如下: 同化系统中采用最速下降法, 在选取迭代步长时, 采用二次插值搜索。收敛的判据采用以下两种: 梯度值小于某给定的判据或目标函数下降的幅度小于某给定的判据。在定义目标函数时, 需要用到权重系数。因模式中有 u, v, T, q 和 p_s 五个变量, 所以给出五个不同的权重系数, 即 W_u, W_v, W_T, W_q, W_p 。

文献 [1] 介绍过用理想场的检验, 此处从略。下面介绍该同化系统处理随机误差的能力。

与前面介绍的试验性检验做法相似。构造理想观测值并用理想场作为初始场, 运行向前模式, 积分3 h, 把模式结果储存作为观测值。为了加入人为的随机误差, 需要对模式产生的观测值再作处理。具体做法是在变量 p_s 场中的某点, 例如 $i = 10, j = 15$ 点加入其大小的千分之一作为随机误差。以后的做法与上例相同, 用理想场乙作为初估场, 启动伴随模式系统。

总共迭代了12步(第6步已经达到收敛标准), 是为了更清楚地考查系统对随机干扰的响应。由图1可知, 迭代6步后, 目标函数值基本上已没有太大变化, 可认为系统已趋于稳定。

现进一步考察随机误差值在其源处的变化情况, 结果见图2。图中, 误差比为 $err/err(0)$, 其中 $err(0)$ 是起始引进随机误差大小, 而 err 则是每迭代步该点模式输出值与真值差的绝对值。从图中可以看出, 随迭代步数的增加, 模式输出值是趋向于真值。也就是说, 模式解并不是趋向于具有随机误差的观测值, 说明该同化系统可以在一定程度下排除随机误差的干扰。

系统能消除随机误差的影响, 主要是模式信息起了作用, 因为一般的模式解具有一定的连续性和动力学特性, 所以具有消除虚假扰动的能力。本文还做过其他试验, 表明伴随模式法具

有消除随机干扰的能力。例如浅水波试验(即用浅水模式作为向前模式的伴随方法试验),试验结果见图3。图中两条曲线,分别对应6 h试验和20 min试验。6 h试验是取伴随模式的同化系统的时间区间为6 h,20 min试验也是同样的意思。由图3可以清楚看出,消除随机干扰与模式的积分时间有一定的关系。模式积分时间较长,如6 h,具有很好消除随机干扰的能力。而模式积分时间较短则没有能够消除随机干扰的影响。

3 试验研究

3.1 观测资料和初估场

用1992年7月29日08时的实测探空资料经过预处理和初始化工作后,输入向前模式,积分4 h。把积分3 h的输出结果作为观测值甲,把积分4 h的输出结果作为观测值乙。这样就有两个时次的观测资料。将来在实际工作中是由两个时次的非常规观测值来取代。

对于初估场,取1992年7月23日08时的实测探空资料,经过预处理和初值化后,形成本文使用的初估场。

3.2 运行伴随模式系统

在获得观测资料和给定初估场后,即可运行伴随模式系统。

读入初估场,运行向前模式积分4 h,并把模式每积分步的结果存储起来。运行伴随模式,在开始时读入观测值乙,在每积分步读入相应的向前模式解,运行1 h时读入观测值甲,模式向后一共积分4 h至初始时刻。计算出目标函数值及其梯度。判断收敛条件是否满足,若未满足,选取迭代步长,调整初估场,重新返回,继续系统的下一步;若满足,则获得同化并退出系统。

3.3 结果讨论

(1) 同化结果讨论

试验一共迭代36步(交替运行向前模式与伴随模式一次为迭代一步)。先看看模式解向观测值逼近的情况,选取地面气压场讨论。图4是观测值乙的地面气压场。观测值甲由于与观测值乙相差1 h,形势相近。故未给出图。图5中给出了地面气压的初估场。在系统运行中特别注意分析了各迭代步相应于观测值乙时刻的模式解。系统只迭代7步,大的形势基本上已经能够逼近

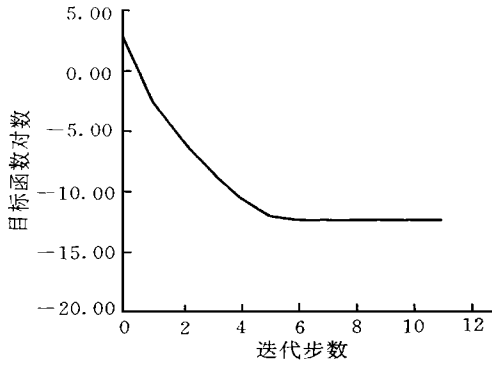


图1 目标函数值对数变化曲线
Fig. 1 Logarithmic change curve of objective function

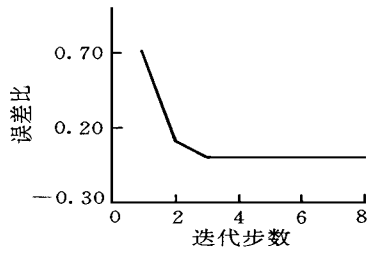


图2 误差比变化曲线
Fig. 2 Change curve of error ratio

观测场(图略)。系统前几步迭代, 场的变化是比较快的, 而后面大量的迭代步, 场的改变比较小, 说明系统是先从大形势向观测值逼近的, 然后再逐步在细节上慢慢逼近中小尺度波动。迭代第36步(如图6), 与图4比较可知, 模式解不仅在大形势上, 而且在大部分地区较小尺度波动也能够很好逼近。表明观测信息已被较好的同化了。另外, 图7是同化结束时, 伴随模式系统用观测信息调整初估场而最后得到的初始时刻地面气压场。图8是构造两个时次观测值的初始地面气压场。

从图7和图8可以看出, 调整后的场能较好逼近实际情况, 内区效果不错, 边界区稍差一些, 总的同化效果是相当好的。

从目标函数值变化情况也能了解到场逼近情况(见图9)。图中可以看出, 系统前几步的收敛速度比较快, 后面迭代的收敛速度比较慢, 迭代36步时, 比值已经很小了。说明各变量的模式解很好逼近了相应的观测值, 也就是说各时次的观测信息被很好同化了。目标函数值梯度值比变化曲线与上述类同。

(2) 侧边界条件的试验

所采用的向前模式是一个有限区域的中尺度模式, 所以必须讨论侧边界的情况。前面已经介绍, 向前模式采用海绵侧边界条件。而伴随模式是用共轭码的方法导出的。本文是先导出各个子程序, 然后再对整个模式作调整(包括调整输入、输出模式和侧边界条件)。

一般在推导共轭方程时, 对共轭函数都有一定要求, 如在区域边界上满足周期性条件^[1], 在推导本文切线模式方程的共轭方程时, 则要求在区域边界处共轭变量取零值为好。但实际上模式解与观测值在侧边界处总有差异, 且初估场在侧边界处也需要调整, 才能有好的同化效果, 因此有必要研究一下侧边界条件的取法。

先用简单的线性外推侧边界条件作试验(图略)。在迭代过程中, 梯度值虽有下降趋势, 但是抖动较大, 另外目标函数收敛速度也偏慢。再看采用所谓取零侧边界条件的试验情况(取零侧边界条件, 即在伴随模式运行中, 对共轭变量在侧边界处取成零值, 而伴随模式运行完后, 进行迭代运算

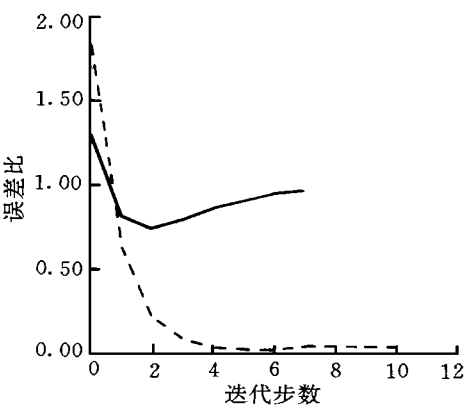


图3 误差比 $err/err(0)$ 随迭代步数的变化
(虚线为6 h 试验; 实线为20 min 试验)
Fig. 3 Change curve of error ratio
($eer/eer(0)$) with iteration step
(dashed line: in a 6-hour experiment;
solid line: in a 20-minute experiment)

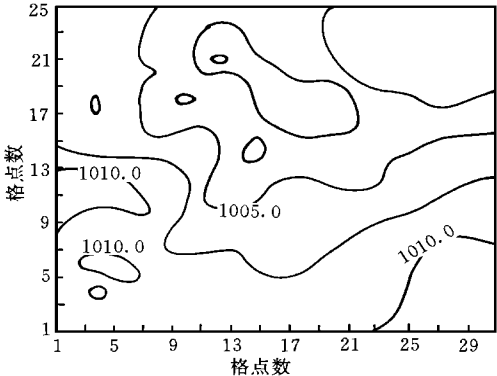


图4 观测值乙的地面气压场
Fig. 4 Surface pressure field of observations B

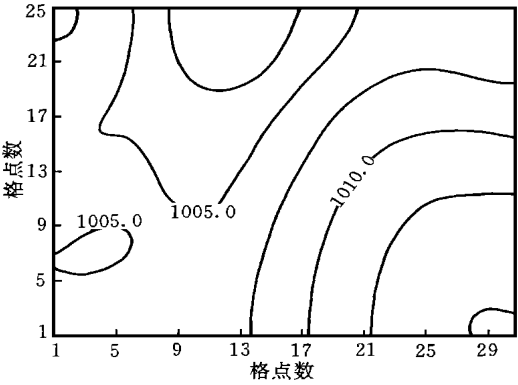


图5 地面气压初估场

此处任取1992年7月23日08时场作为初估场

Fig. 5 Initial guess value of surface pressure field
(Arbitrarily selecting the 0800BST July 23 1992
as the initial guess field)

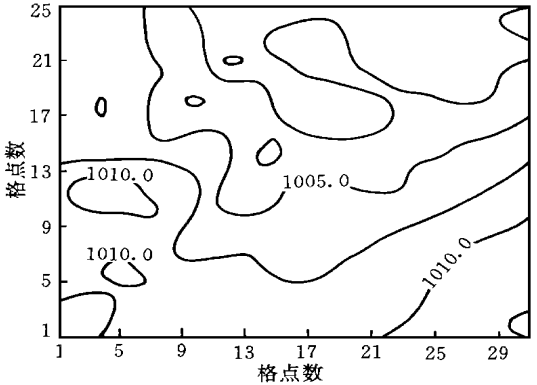


图6 迭代36步后的模式解(观测值乙时刻)

Fig. 6 The solution of model after 36 steps iteration
(observations B)

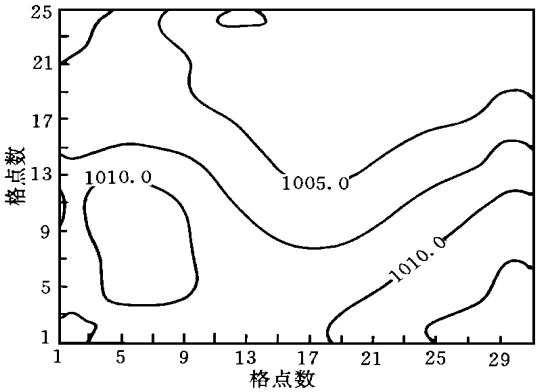


图7 同化结束调整后的地面气压初估场

Fig. 7 The initial guess field of surface pressure
after the end of assimilation

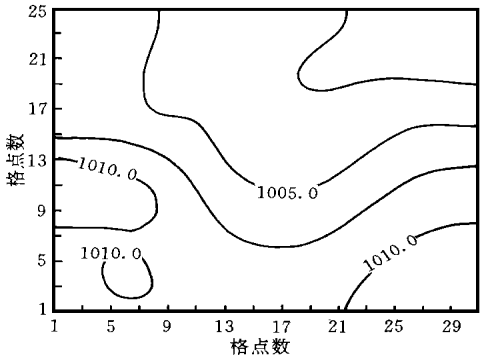


图8 构造观测值甲、乙使用的初始地面气压场

由1992年7月29日08时资料初始化得到

Fig. 8 the initial surface pressure field used for
constructing the observation value A, B Resulted from
the initialization of 0800BST July 29 1992 data

时,再用线性外推法赋侧边界条件的值)。对比图10曲线I和曲线II可知,取零侧边界条件做法优于上述简单的线性外推侧边界条件。因此,试验采用的是取零侧边界条件的做法。

4 结 语

对于同化问题,本文在变分法的基础上设计了一个伴随模式系统。试验的结果表明其性能

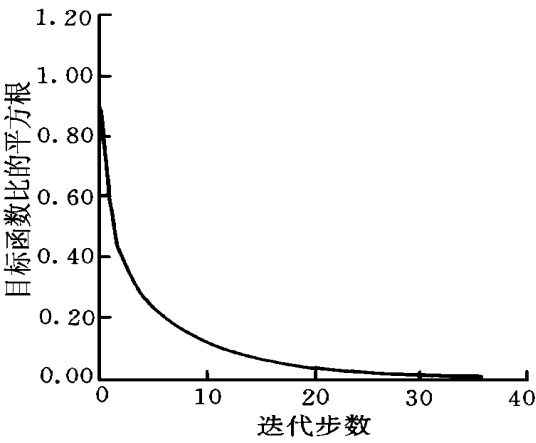


图9 目标函数值比平方根变化曲线
目标函数值比是指迭代步目标函数值与
初始目标函数值的比值

Fig. 9 Change curve of the square root of the
objective function ratio (The objective function ratio
is the ratio of iteration step objective function to
the initial objective function value)

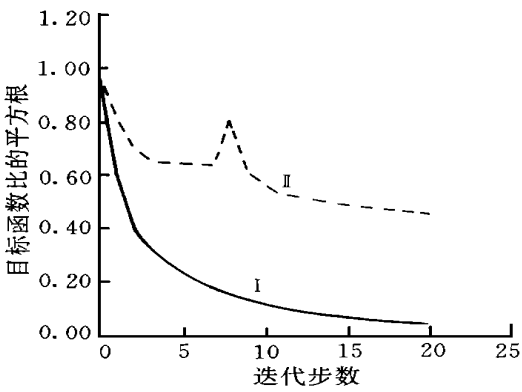


图10 目标函数值比的开方根变化曲线
曲线 I: 采用零侧边界条件;
曲线 II: 采用线性外推侧边界条件

Fig. 10 Change curve of the square root of the
objective function ratio (Curve I : zero lateral boundary
condition, Curve II: lateral boundary condition of
linear extrapolation)

是较好的。

(1) 本文所构造的伴随模式系统, 其基本构架是普遍适用的。内部方案可以很方便地修改。例如要改变搜索迭代方法, 比如说采用共轭梯度算法, 那么仅需要在系统控制模块内部作一定修改即可, 系统的基本构架仍然不须改变。如果对模式进行研究, 也可以采用类似的方法。例如, 要了解模式中某参数的作用, 可逐次修改模式中该参数, 然后运行该伴随模式系统。在模式解向观测场逼近时, 可以了解该参数的作用, 以便进一步改进。

(2) 伴随模式系统能够有效地同化多时次的探测信息, 就在于它不断调整向前模式的初估场, 让与其相应的模式解逼近各观测场。这种方法的基础是用数值预报模式作为约束条件, 所以它能让同化结果极大程度地与模式相适应。因此同化后的场无需再经过初始化处理, 就可输入模式做预报。此外也可利用伴随模式系统所具有的物理规律来消除随机干扰。

(3) 本文的伴随模式程序码检验方法是直接由切线方程和共轭方程推导出来的, 所以该方程对于用共轭码方法或者直接用共轭方程导出的伴随模式都有效。它可以对整个模式也可以对一段程序进行检验。

(4) 本文采用的是有限区域中尺度模式。因此研究了侧边界的取法。用共轭码方法导出的伴随模式, 侧边界赋为零值效果较好, 这基本上也是与共轭方程推导的要求相符合的。

(5) 本文的试验虽然是比较初步, 比较理想化的, 但它却表明伴随模式系统具有很强的同化非常规资料的能力。这是一种很有潜力的同化方案。目前仅在少数科技发达国家开展了研究。它离实际应用还有一段距离。本文的工作是用实际的中尺度模式进行的试验, 可以说是朝实际应用方向又迈进了一步。

(6) 试验中的关键问题是调整权重系数,使目标函数下降较快,这个问题在非绝热情况下尤为突出。

参 考 文 献

- 1 Bergman K H. Multivariate analysis of temperature and winds using optimum interpolation. *Mon Wea Rev*, 1979, 107 (12): 1423~1444
- 2 Dey C H, Morone L L. Evolution of the National Meteorological Center global assimilation system: January 1982–December 1983. *Mon Wea Rev*, 1985, 113(3): 304~318
- 3 Sasaki Y. Some basic formalisms in numerical variational analysis. *Mon Wea Rev*, 1970, 98(12): 875~883
- 4 廖洞贤, 王两铭. 数值天气预报原理及其应用. 北京: 气象出版社, 1986
- 5 蔡宣三. 最优化与最优控制. 北京: 清华大学出版社, 1982
- 6 Lewis J M, Derber J C. The use of adjoint equations to solve a variational adjustment problem with advective constraints. *Tellus*, 1985, 37A(4): 309~322
- 7 Thacker W C, Long R B. Fitting dynamics to data. *J Geo Res*, 1988, 93(C2): 1227~1240
- 8 Errico R M, Vukicevic T. Sensitivity Analysis using an adjoint of the PSU/NCAR mesoscale model. *Mon Wea Rev*, 1992, 120(8): 1644~1660
- 9 Chao W C, Chang L P. Development of a four-dimensional variational analysis system using the adjoint method at GLA, part I: Dynamics. *Mon Wea Rev*, 1992, 120(8): 1661~1673
- 10 潘在桃, 王鹏云. 1986年6月26–27日京津冀大暴雨数值试验研究. *应用气象学报*, 1992, 1(3): 242~252
- 11 陈子通, 沈桐立, 丁一汇, 等. 中尺度数值模式的资料同化系统——(一) 伴随模式的设计. *南京气象学院学报*, 1998, 21(2): 165~172

DATA ASSIMILATION SYSTEM FOR MESOSCALE MODELS PART II: VERIFICATION AND EXPERIMENTAL RESEARCH

Shen Tongli Chen Zitong

(Department of Meteorology, NIM, Nanjing 210044)

Ding Yihui

(National Climate Center, Beijing 100081)

Sun Linping

(Department of Mathematics, NU, Nanjing 210093)

Abstract On the basis of the companion paper Part I: Layout of an Adjoint Model, study is undertaken of the verification of the adjoint model code, indicating that the conjugate code method is effective enough that the derived adjoint model is compatible with the theoretical conjugate equation. Experimental evidence shows that the assimilation scheme is able to remove stochastic interference, yielding good results. The assimilation is such that the study system deals with the assimilation of large-scale information and thereafter of meso- and small-scale message.

Keywords mesoscale model, data assimilation, adjoint model system, inspection