

文章编号: 1000-2022(1999)04-0680-05

不同下垫面大气边界层湍流的混沌特性研究

高志球¹ 苏中波² 王介民¹ 甄广炬³

(1. 中国科学院兰州高原大气物理研究所, 兰州 730000; 2. 荷兰农业科学院
水土综合研究中心, 瓦根宁根市 6700AC; 3. 中国民航北京气象中心, 北京 100621)

摘要: 根据 3 种不同观测资料, 计算和分析了有关诊断具有耗散结构的系统混沌运动的特征量: 功率谱、关联维数、Lyapunov 指数和关联熵。结果表明: 尽管下垫面明显不同, 大气边界层湍流均为混沌运动。

关键词: 混沌; 功率谱; 关联维数; 李亚谱诺夫指数; 关联熵

中图分类号: P731.26 **文献标识码:** A

混沌研究使我们认识到客观事物的运动不仅有定常、周期或准周期运动, 而且存在一种更具普遍意义的运动形式——无序的混沌。大气边界层湍流是远离平衡态的、随机的、高度耗散的非线性动力学系统, 那么不同下垫面的大气湍流运动是否均具有混沌行为呢? 学术界普遍认为诊断具有耗散结构的系统是否是混沌运动的特征量有 4 个: 功率谱、分维数、李亚谱诺夫 (Lyapunov) 指数 (下简称李氏指数) 和关联熵。有研究^[1]指出, 湍流是一个大系统, 其维数可高达 $10^{10} \sim 10^{20}$, 在空间上具有混沌行为, 用今天的数学物理方法研究湍流在空间上是否具有混沌行为无疑是不可能的。1985 年 Grassberger 和 Procaccia 提出了一个从单变量时间序列计算吸引子维数的方法。Wolf A^[2]提出了如何从单变量时间序列里提取最大李氏指数的方法。用这些方法进行边界层湍流的研究已取得不少成就^[3-7]。

本文根据 1994 年 9 月 18 ~ 30 日南沙海域近海层大气和“黑河实验”戈壁、沙漠、绿洲观测站加强期 1990 年 8 月 1 ~ 24 日及 GAME/Tibet 1998 年 6 月 1 ~ 30 日那曲近地层观测资料, 计算这些不同下垫面上大气边界层湍流的有关诊断系统混沌运动的 4 个特征量, 并分析不同下垫面的大气边界层湍流的特征量有何异同, 从而确定下垫面迥异的大气边界层湍流是否均具有混沌特性。考虑根据不同气象要素 (水平风速 u 、水平风速 v 、气压、气温) 时间序列所计算的结果一致或相似, 这里只给出了水平风速 u 时间序列的计算结果。

1 功率谱、关联维数、李氏指数和关联熵的计算

1.1 功率谱

由于内部非线性相互作用, 混沌系统的演化行为具有随机性——内随机性, 混沌序列功率

收稿日期: 1999-03-20; 修订日期: 1999-06-28

基金项目: 中国科学院“九五”重大项目和“九五”攀登计划项目 (KZ951-A1-201-03) 联合资助

作者简介: 高志球, 男, 1965 年 11 月生, 博士, 讲师

谱类似于白噪声。所以功率谱分析能够判别系统是作平衡运动、周期运动、拟周期运动还是混沌运动,因而在对混沌现象的分析和研究中占有十分重要的地位。用 FFT 方法分别分析南沙海域、戈壁、沙漠、绿洲及青藏高原那曲地区大气边界层湍流水平风速 u 分量湍流时间序列 $\{u(t)\}$, 得到的谱分布均为小幅度的波动夹杂着不规则的尖峰, 没有明显的周期。为简洁起见, 这里只给出了南沙海域近海面大气湍流风速 u 分量时间序列的功率谱分布(见图 1)。由此认为, 尽管下垫面明显不同, 但是大气边界层湍流运动功率谱均具有混沌运动功率谱的特征。

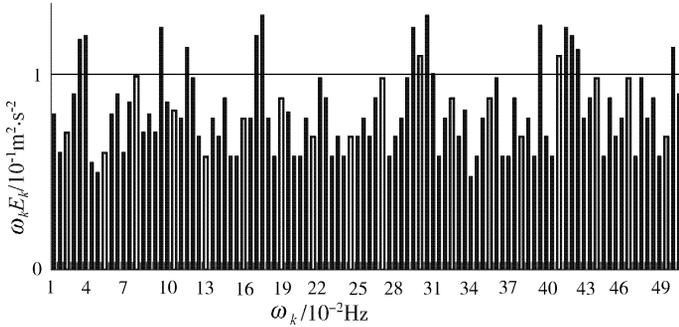


图 1 南沙海域近海面大气湍流风速 u 分量时间序列的功率谱分布

Fig. 1 Power spectrum of time series of atmospheric turbulence u component over Nansha sea area

1.2 关联维

维数可以广义地理解为描述物理系统所需的物理量的数目, 实际上, 它亦可以为分数。相空间中一个不规则、支离破碎的几何对象, 其维数为分数。本文用一维时间序列计算吸引子的维数的方法引自参考文献 [5]。利用 Grassberger 和 Procaccia 的从单变量时间序列提取关联维数的方法对该实验水平风速资料进行计算分析, 求出了 $\log_2 C_2(r, m)$ 关于 $\log_2(r)$ 的分布, 这里 $C_2(r, m)$ 为吸引子的关联函数, r 为一临界距离。图 2 给出了青藏高原那曲地区, 对于某一确定的嵌入维数 m 而言, $\log_2 C_2(r, m)$ 关于 $\log_2(r)$ 的分布。当 $\log_2(r)$ 增加到一定程度后, $\log_2 C_2(r, m)$ 均趋于饱和。 $\log_2 C_2(r, m)$ 对 $\log_2(r)$ 是收敛的。南沙、戈壁、沙漠和绿洲的情形与此一致。由图 3 可见, $D_2(m)$ 对 m 而言是收敛的, 当 m 足够大时, 对于南沙海域, $D_2(m)$ 趋于定值

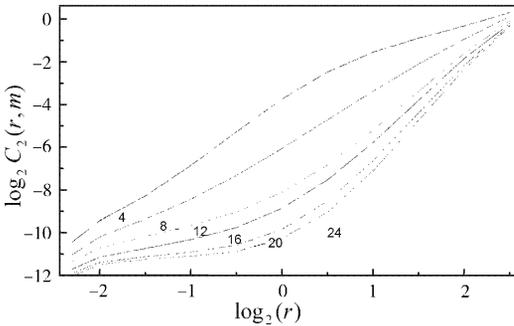


图 2 对应不同嵌入维数 m ,

$\log_2 C_2(r, m)$ 关于 $\log_2(r)$ 的分布

Fig. 2 Distribution of $\log_2 C_2(r, m)$ with $\log_2(r)$ for different embedded dimensions

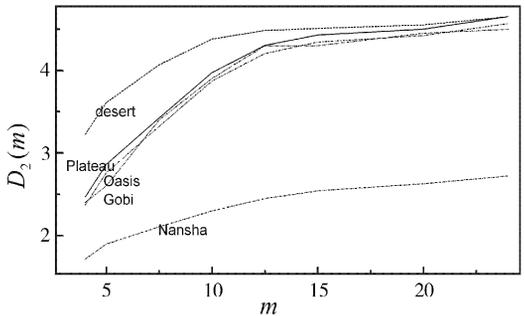


图 3 关联维数 $D_2(m)$

随嵌入维数 m 的变化

Fig. 3 Variation of correlation dimension $D_2(m)$ with embedded dimension m

2.7~2.8(饱和值),而戈壁、沙漠、绿洲和高原 $D_2(m)$ 则趋于 4.1~4.6。 $D_2(m)$ 在图 2 中反映为线性部分的斜率。图 2 和图 3 说明了水平风速时间序列为具有吸引子的序列,而非随机序列,因为随机序列(如噪声)的关联维数 $D_2(m)$ 随嵌入维数 m 的增加而永恒增加,是发散的。

1.3 李氏指数

Lyapunov 特征指数这个统计物理量是为研究初始时刻两个无限靠近的点随时间分离的情况而引进的。考察切空间中一个以 x_0 为中心、 $w(0)$ 为直径、 m 维无穷小球面的长时间变化。由于敏感初始条件和局部形变,该球面将变为 n 维椭球面。设 $w_i(t)$ 是 t 时刻按长度排在第 i 位的椭球长度。我们可以用各个基轴的长度 $w_i(t)$ 相对于初始小球的直径 $w_i(0)$ 的平均变化来表征在切空间中的不同方向上的指数增长率,即 $LE_i = \lim_t \frac{1}{t} \log_2 \frac{w_i(t)}{w_i(0)}$, 该式即为系统第 i 个李氏指数的定义。 n 维切空间的每个基底都有一个李氏指数,可以把它们按大小排列起来: LE_1, LE_2, \dots, LE_n 。 LE_1 称为最大李氏指数,它是判别系统的行为是否为混沌行为的最好指数之一。丑纪范等^[8]指出:从混沌的机理上讲,由于局部不稳定,因而它必然要使轨道指数分离,因而必有正的李apunov 特征指数。由林振山^[5]给出的不同运动特性对应的李氏指数一览表可知,若 $LE_1 > 0$,且为一个有限的数,则该系统具有混沌特性。我们利用 Wolf 的时间序列计算 LE_1 的方法分别计算了南沙海面、戈壁、沙漠和高原实验资料水平风速(u)时间序列的最大李氏指数随 m 的变化(图 4)。由此可知最大李氏指数为一有限的正数,这说明了尽管下垫面不同,系统均具有混沌特性。

1.4 关联熵

描述混沌特性除了上述 3 个特征量外,关联熵也是 1 个极其重要的物理量,其值可以直接确定系统的运动特性,如表 1 所示。

Grassberger 和 Procaccia 给出了利用单变量时间序列估算关联熵的方法。

- (1) 应用时间序列重建相空间;
- (2) 确定适当的延迟时间 t , 使得相空间的各坐标间相关性最小;
- (3) 取 $q=2$, 对不同的 m , 利用

$$K_q(r) = \lim_m \frac{1}{p} \log \frac{C_m(r)}{C_{m+R}(r)},$$

求取 $K_2(r)$ 。 $p=1, \dots, m; t$ 为延迟时间;

- (4) 增加 m 值,直到 $m = m_1$ 时, $K_2(p=1, m_1+i) = K_2(p=1, m_1) = K_2(p=1), i=1, 2, 3, \dots$;
- (5) 取 $p=2$, 重复与(3)、(4)类似的过程,可得 $K_2(p=2, m_2+i) = K_2(p=2, m_2) = K_2(p=2), i=1, 2, 3, \dots$;

(6) 重复上述步骤,直到 $K_2(p=i) = K_2(p=i+1)$, 则近似认为 $K_2(p=i)$ 就是系统的二阶熵。我们利用此方法求出了该实验水平风速时间序列的关联熵估计值关于嵌入维数 m 的分布。由图 5 知,对于南沙海域,由水平风速(u)时间序列估算的关联熵估计值随嵌入维数 m 的增加而减小,且渐趋于饱和值,该结果与郭光等^[4]的结果相似;而在干旱地区(戈壁、沙漠和绿洲)及高原地区,关联熵估计值随嵌入维数 m 的增加而增大,也渐趋于饱和值。

表 1 不同运动特性对应的关联熵一览表

Table 1 Motion characteristics for different correlation entropies

| 关联熵 | 运动特性 |
|------|------|
| 0 | 有序 |
| 有限正数 | 混沌 |
| | 随机 |

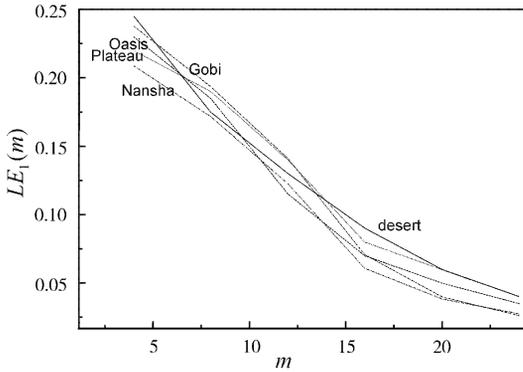


图 4 最大李氏指数与嵌入向空间维数的关系
Fig. 4 Relationship between the biggest Lyapunov exponents and embedded dimension m

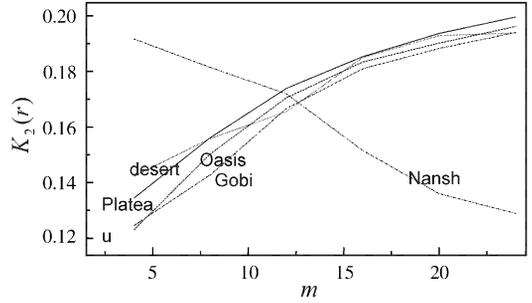


图 5 关联熵估计值随嵌入维数的变化
Fig. 5 Variation of estimated correlation entropy with embedded dimension m

2 结语与讨论

(1) 计算结果表明: 功率谱分布均为小幅度的波动夹杂着不规则的尖峰, 没有明显的周期, 关联维数为一分数, 最大李氏指数 LE_1 和关联熵 K_2 均为大于零的有限值。这些特征从各个侧面表征了尽管下垫面明显不同, 大气边界层气压、水平风速及温度均具有明显的混沌特性。

(2) 关联熵估计值随嵌入维数 m 的增加而减小, 且渐趋于饱和值, 该结果与郭光等^[4]的相似, 但与高志球等^[6]的不同, 其原因有待进一步研究。

(3) 湍流作为一个远离热力学平衡态的非线性耗散系统, 它的发生、发展和内部结构与分叉、混沌等有密切关系, 如果把流体力学中的湍流研究纳入到整个非线性科学这个更高层次研究领域之中, 从混沌角度分析研究湍流, 不仅能解决用统计手段解决不了的问题, 而且可以将各种不同的非线性现象联系起来, 由此及彼, 开拓人们的视野, 它为深入了解湍流开辟了新途径。

参考文献:

- [1] 胡非. 湍流、间歇性与大气边界层[M]. 北京: 科学出版社, 1995. 12~16
- [2] WOLF A, SWIFE J B, SWINNEY H L, et al. Determining Lyapunov exponents from a time series[J]. Physics, 1985, 16: 285~317
- [3] 郑祖光, 刘式达. 用大气湍流资料计算 Lyapunov 指数和分数维[J]. 气象学报, 1988, 46(1): 45~46
- [4] 郭光, 严绍瑾, 张培昌. 大气边界层湍流的混沌特性[J]. 南京气象学院学报, 1992, 15(4): 476~484
- [5] 林振山. 非线性力学与大气科学[M]. 南京: 南京大学出版社, 1993. 125~140
- [6] 高志球, 王介民. HEIFE 绿洲和沙漠地区大气边界层湍流混沌特性研究[M]. 高原气象, 1998, 17(4): 397~402
- [7] 高志球, 马耀明, 张庆荣, 等. 南沙群岛海域近海面大气湍流混沌特性研究[J]. 热带海洋, 1999, 18(2): 84~89
- [8] 丑纪范, 刘式达, 刘式适. 非线性动力学[M]. 北京: 气象出版社, 1994. 52

STUDY ON CHAOTIC CHARACTERISTICS OF ATMOSPHERIC TURBULENCE OVER DIFFERENT UNDERLYING TERRAINS

GAO Zhi-qiu¹, SU Zhong-bo², WANG Jie-min¹, ZHEN Guang-ju³

(1. Lanzhou Institute of Plateau Atmospheric Physics, Academia Sinica, Lanzhou 730000;

2. DLO Winand Staring Centre, P. O. Box 125, 6700 AC Wageningen, the Netherlands;

3. Chinese Civil Aviation Center of Meteorology, Beijing 100621)

Abstract: Based on 3 kinds of observation datasets, chaotic characteristics of atmospheric turbulence over four different surfaces are analysed. By investigating four characteristic quantities describing chaos: power spectrum, correlation dimension, Lyapunov exponents and correlation entropy, separately, some meaningful results have been derived. Although the underlying terrains are very different, their atmospheric turbulences are all of chaotic motions.

Keywords: chaos; power spectrum; correlation dimension; Lyapunov exponents; correlation entropy