

拔海高度及饱和水汽压的线性化对彭曼蒸发力计算的影响

班显秀 张运福
(辽宁省气候中心, 沈阳 110015)

摘 要 讨论了拔海高度对彭曼蒸发力的影响方式及其影响程度随辐射平衡、风速和空气饱和水汽压差等条件的变化情况。通过对饱和水汽压进行二阶 Taylor 级数展开, 研究了彭曼蒸发力公式中由于对饱和水汽压线性化处理而产生的可能误差。
关键词 彭曼蒸发力, 拔海高度, 线性化
分类号 P426.21

在众多计算蒸发量的方法中, 彭曼蒸发力公式以其数学形式简明、物理基础可靠等优点而倍受青睐。随着彭曼蒸发力公式在实际业务中的广泛应用, 不少学者又对其做了进一步的研究和探讨。其中, 王懿贤^[1]曾研究了拔海高度对彭曼公式两因子 $\frac{\Delta}{\Delta + \gamma}$ 与 $\frac{\gamma}{\Delta + \gamma}$ 的影响。然而, 拔海高度对蒸发力的直接影响情况如何呢? 本文将对此做进一步的探讨。

彭曼蒸发力公式在建立时, 为了消去难以准确测量的蒸发面的温度, 曾令

$$T_s - T_a = \frac{e_s(T_s) - e_s(T_a)}{\Delta}$$

式中 T_s 为蒸发面的温度; T_a 为气温; $e_s(T_s)$ 、 $e_s(T_a)$ 分别为 T_s 、 T_a 下的饱和水汽压; Δ 为温度等于 T_a 时的饱和水汽压——温度曲线的斜率。

以上做法实质上是对饱和水汽压作了线性化处理(即对饱和水汽压进行了一阶 Taylor 级数展开), 本文对饱和水汽压作了二阶 Taylor 级数展开, 建立了相应的计算蒸发力的公式, 通过与原彭曼蒸发力公式计算结果的比较, 研究线性化处理对彭曼蒸发力的影响。

1 拔海高度对彭曼蒸发力的影响

1.1 彭曼蒸发力公式

彭曼蒸发力公式的基本形式^[1]为

$$E = \frac{\Delta H + \gamma E_a}{\Delta + \gamma} \tag{1}$$

式中, E 为蒸发力; H 为辐射平衡; γ 为干湿球常数; E_a 为空气的干燥力。 E_a 的表达式为

$$E_a = f(u) [e_s(T_a) - e_a]$$

这里 e_a 为 T_a 下的实际水汽压; u 为风速; $f(u)$ 称为风速函数。根据联合国粮农组织(FAO) 1979 年建议的 E_a 计算公式, 可推得

$$f(u) = 0.26(1 + 0.54u) \tag{2}$$

(2) 式实际上是一个经验公式, 一般宜用在海拔较低处, 为了讨论方便, 本文假定它在其他拔海高度处亦成立。

1.2 γ 与拔海高度的关系及其他参数的确定

在忽略了湿度和重力对压力影响的情况下, 根据 γ 的定义^[6]可得

$$\gamma = 0.65 \times 10^{-18} \frac{z}{400(1 + T_a/273)}$$

可见, γ 并非为常数, 它是拔海高度 z 与气温 T_a 的函数。

由文献 [3] 中饱和水汽压的表示式可解得

$$\Delta = \frac{25\,029.94}{(237.30 + T_a)^2} \exp\left(\frac{17.2694T_a}{237.30 + T_a}\right)$$

1.3 拔海高度对蒸发力的影响

本文主要讨论拔海高度 (限于 $z > 0$ 的情况) 通过干湿球常数而影响蒸发力的情况, 考虑到 Δ 、 H 、 E_a 为实际观测量或实际观测量的计算量, 因此假定它们与 γ 无关。

1.3.1 拔海高度对蒸发力的影响方式

在其他条件相同的情况下, 蒸发力随拔海高度的变化情况可由 $\frac{\partial E}{\partial z}$ 确定。

对 (1) 式求导, 并考虑到 $\frac{\partial \gamma}{\partial z} < 0$, 得

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\partial \gamma}{\partial z} \frac{\Delta(H - E_a)}{(\Delta + \gamma)^2}$$

由此可见, 拔海高度对蒸发力的影响方式取决于辐射平衡与空气干燥力的相对大小。当 $H > E_a$ 时, 蒸发力随拔海高度的增加而增加, 反之, 随拔海高度的增加而减小。

1.3.2 拔海高度对蒸发力影响的程度

拔海高度对蒸发力大小有影响, 然而当拔海高度一定时, 其影响方式又随辐射平衡、风速等条件的不同而变化。为了反映其他条件不变时拔海高度对蒸发力的影响程度, 定义

$$B_E = \frac{E - E_0}{E_0}$$

式中, E_0 为不考虑拔海高度影响时的蒸发力。

(1) 辐射平衡对 B_E 的影响

B_E 对 H 求偏导, 可得

$$\frac{\partial B_E}{\partial H} = \begin{cases} \frac{\Delta(\Delta + \gamma_0)E_a(\gamma_0 - \gamma)}{(\Delta + \gamma)(\Delta H + \gamma_0 E_a)} > 0 & H > E_a \text{ 时} \\ \frac{\Delta(\Delta + \gamma_0)E_a(\gamma - \gamma_0)}{(\Delta + \gamma)(\Delta H + \gamma_0 E_a)} < 0 & H < E_a \text{ 时} \end{cases}$$

式中, γ_0 为 $z = 0\text{m}$ 时的干湿球常数。

由此可知, 当辐射平衡大于空气干燥力时, 拔海高度对蒸发力的影响程度随辐射平衡的增大而增加, 反之, 则随辐射平衡的增大而减小。

(2) 风速对 B_E 的影响

B_E 对 u 求偏导, 整理可得

$$\frac{\partial B_E}{\partial u} = \begin{cases} \frac{(\Delta + \gamma_0)f(u)D_a\Delta H(\gamma - \gamma_0)}{(\Delta + \gamma)[\Delta H + \gamma_0 f(u)D_a]^2} < 0 & H > E_a \text{ 时} \\ \frac{(\Delta + \gamma_0)f(u)D_a\Delta H(\gamma_0 - \gamma)}{(\Delta + \gamma)[\Delta H + \gamma_0 f(u)D_a]^2} > 0 & H < E_a \text{ 时} \end{cases} \quad (3)$$

式中, $f(u) = 0.1404$; D_a 为空气的饱和水汽压差。

由 (3) 式可知, 风速对 B_E 的影响与辐射平衡对 B_E 的影响情况正好相反。当 $H > E_a$ 时, 海拔高度对蒸发力的影响程度随风速的增大而减小, 反之, 则随风速的增大而增大。

(3) 空气的饱和水汽压差对 B_E 的影响

B_E 对 D_a 求偏导, 可得

$$\frac{\partial B_E}{\partial D_a} = \begin{cases} \frac{(\Delta + \gamma)f(u)\Delta H(\gamma - \gamma_0)}{(\Delta + \gamma)[\Delta H + \gamma_0 f(u)D_a]^2} < 0 & H > E_a \text{ 时} \\ \frac{(\Delta + \gamma_0)f(u)\Delta H(\gamma_0 - \gamma)}{(\Delta + \gamma)[\Delta H + \gamma_0 f(u)D_a]^2} > 0 & H < E_a \text{ 时} \end{cases}$$

可见, 当 $H > E_a$ 时, 海拔高度对蒸发力影响的程度随 D_a 的增大而减小, 反之, 则随 D_a 的增大而增大。

另外, 我们还用数值试验的方法在下列条件下对 B_E 进行了计算。具体条件: 变化范围为 $0 \sim 6000\text{m}$, 间隔 500m ; H 变化范围为 $2.0 \sim 9.0\text{mm} \cdot \text{d}^{-1}$, 间隔 $1.0\text{mm} \cdot \text{d}^{-1}$; u 变化范围为 $1.0 \sim 7.0\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, 间隔 $0.5\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; T_a 变化范围为 $5.0 \sim 35.0$, 间隔 5.0 ; e_a 变化范围为 $1.0 \sim 45.0\text{hPa}$, 间隔 5.0hPa 。计算得到: ① 拔海高度主要是通过 E_a 而对蒸发力产生较大影响。当空气比较湿润时, 拔海高度对蒸发力的影响相对较小。尤其是在 $E_a = 0$ 极端状态下, 在 $0 \sim 6000\text{m}$ 的高度范围内, 拔海高度对蒸发力影响的最大程度小于 4% 。② 当拔海高度小于 500m 时, 拔海高度对蒸发力产生的相对差值小于 5% 。

2 饱和水汽压的线性化处理对蒸发力的影响

2.1 非线性蒸发力计算公式

对 $e_s(T_s)$ 在 T_a 处作二阶 Taylor 级数展开, 经一系列推导, 得非线性蒸发力计算公式

$$E = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= \frac{\Delta'}{2\gamma f(u)} \\ b &= -\left(1 + \frac{\Delta}{\gamma} + \frac{\Delta'}{\gamma^2 f(u)}H\right) \\ c &= \frac{\Delta}{\gamma}H + E_a + \frac{\Delta'}{2\gamma^2 f(u)}H^2 \end{aligned}$$

这里 Δ 为 $e_s(T)$ 在 T_a 处的二阶导数, 由文献 [6] 中饱和水汽压的表达式可得

$$\Delta' = \frac{25\,029.94(4\,098.029 + 2T_a)}{(237.30 + T_a)^4} \exp\left(\frac{17.2694T_a}{237.30 + T_a}\right)$$

2.2 线性化处理对彭曼蒸发力的影响

为了着重比较饱和水汽压线性化处理蒸发力与非线性化处理蒸发力计算的差别, 在此节不考虑 γ 随高度和温度的变化, 即令 $\gamma = 0.65$ 。记 E_0 为 (1) 式计算的蒸发力, E_N 为 (4) 式计算的蒸发力, 在 1.3.2 节相同条件 (4) 下 (除拔海高度外), 对 E_0 和 E_N 的差异进行分析。

(1) E_N 和 E_0 的大小比较

彭曼蒸发力公式的计算值总不大于非线性化处理的蒸发力的计算值, 即 $E_N \geq E_0$ 。这一点从图 1 中很容易看出。

(2) E_N 和 E_0 的相对差值与相对湿度的关系

E_N 和 E_0 的相对差值 RE 随着空气相对湿度 RH 的增大而减小。当 $RH \geq 90\%$ 时, $RE < 5\%$; 当 $90\% > RH \geq 85\%$ 时, $5\% \leq RE < 10\%$ 。

(3) 彭曼蒸发力公式的适用性

在比较多的场合下, E_N 和 E_0 的相对差值较小 (小于 5%), 说明在一定条件下, 对饱和水汽压进行线性化处理不会对蒸发力的计算带来较大的误差, 即彭曼蒸发力公式是适用的。

但在不少情况下, 尤其是在高温、高空气饱和水汽压差的情况下, E_N 和 E_0 相对差值较大 (见图 2), 此时彭曼蒸发力公式不再适用。

3 结 语

(1) 拔海高度通过干湿球常数而对蒸发力产生影响。当辐射平衡大于空气干燥力时, 蒸发力随拔海高度的增加而增加; 当辐射平衡小于空气干燥力时, 蒸发力随拔海高度的增加而减小。

(2) 当拔海高度一定时, 拔海高度对蒸发力的影响程度又随着辐射平衡、风速、空气饱和水汽压差等条件的不同而变化。

(3) 当拔海高度小于 500m 时, 拔海高度对蒸发力产生的相对差值小于 5% 。

(4) 彭曼蒸发力公式在一定条件下是适用的。但在不少情况下, 公式将因饱和水汽压的线性化处理而产生较大的误差。

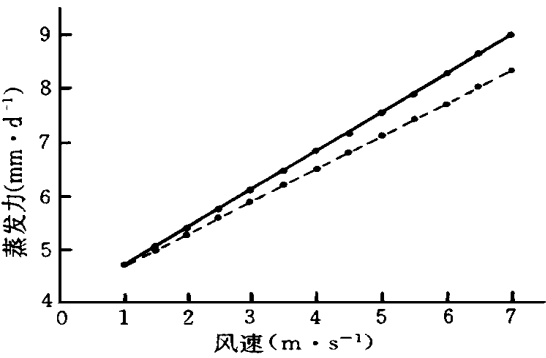


图 1 E_N 与 E_0 的大小比较
实线 E_N , 虚线 E_0 , ($H = 4.0$, $T_a = 25.0$, $e_a = 15.0$)
Fig. 1 Comparison of E_N (solid line) to E_0 (dotdashed),
at $H = 4.0$, $T_a = 25.0$, $e_a = 15.0$

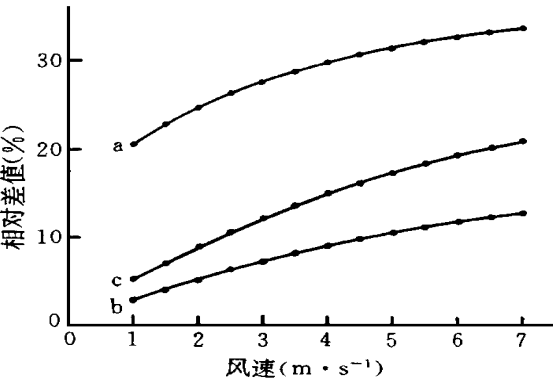


图 2 不同条件下 E_N 与 E_0 的相对差值
a. $H = 2.0$, $T_a = 35.0$, $e_a = 15.0$;
b. $H = 4.0$, $T_a = 25.0$, $e_a = 10.0$;
c. $H = 6.0$, $T_a = 35.0$, $e_a = 15.0$

Fig. 2 Relative difference between E_N and E_0 under a range of cases
a. for $H = 2.0$, $T_a = 35.0$ and $e_a = 15.0$;
b. for $H = 4.0$, $T_a = 25.0$, $e_a = 10.0$;
c. for $H = 6.0$, $T_a = 35.0$, $e_a = 15.0$

参 考 文 献

- 1 王懿贤. 高度对彭曼蒸发公式两因子 $\frac{\delta}{\delta+\gamma}$ 与 $\frac{\gamma}{\delta+\gamma}$ 的影响. 气象学报, 1981, 39(4): 503 ~ 506
- 2 王 菱, 陈沈斌, 侯光良. 利用彭曼公式计算潜在蒸发的高度订正方法. 气象学报, 1988, 46(3): 381 ~ 383
- 3 孙景生, 康邵忠, 熊运章, 等. 夏玉米田蒸散的计算. 中国农业气象, 1995, 16(5): 1 ~ 7

EFFECTS OF ALTITUDE AND LINEARIZED SATURATION VAPOR PRESSURE ON PENMAN EVAPORATION ESTIMATES

Ban Xianxiu Zhang Yufu

(Liaoning Climate Center, Shenyang 110015)

Abstract This paper concerns the effect of altitude upon the mode and strength of Penman evaporation estimates varying with radiation balance, wind and saturation vapor pressure deficit. Following the expansion of vapor pressure by second-order Taylor series, the problem of possible error is investigated that results from the linearized saturation vapor pressure for the expression of Penman estimates.

Keywords Penman evaporation estimate, altitude, linearization