第 20 卷第 1 期　　南 京 气 象 学 院 学 报　　Vol. 20 No. 1
1997 年 3 月　　Journal of Nanjing Institute of Meteorology　　Mar. 1997

非线性时滞方程预测月降水量*

严绍瑾[1)]　　李中华[2)]　　郭　光[1)]
(1) 南京气象学院基础科学系, 2) 南京气象学院人事处, 南京　210044)

摘　要　采用一维月降水量序列, 以延滞 τ 拓展后, 用四维时滞方程, 对南京 1980 年 1 月到 1994 年 12 月的月降水量进行预报, 与实测量相比较, 相关系数为 0.97。并对时滞方程的参数选取进行了讨论。

关键词　时滞方程, 月降水量, 预测
分类号　P457.6

干旱、洪涝一直是威胁着人们生存的重大自然灾害。由于形成降水的机制比较复杂, 影响降水量的因子很多, 降水量的分布, 无论从时间上和空间上都表现出强烈的非线性。因此要作出比较符合实际的降水量预报, 是较为困难的。由于降水机制的复杂和时空分布的多变, 它激励着更多的科学工作者强烈的探索欲望。这方面气象工作者已经作过许多研究和有效的工作, 特别是近几年来, 随着非线性学科的发展, 用非线性方法预测降水量的研究也正在蓬勃兴起。作者也曾用非线性的神经网络的方法对月降水量的预测作了研究[1], 本文是用非线性四维时滞方程对月降水量的预测作初步的探讨。

1　时滞方程

设 n 维相空间中状态变量 $X_j(t)$, 有微分方程

$$\frac{\mathrm{d}X_j(t)}{\mathrm{d}t} = F(X_i(t), Y_i(t-\tau)) \qquad i, j = 1, 2, 3, \cdots, n \tag{1}$$

(1) 式表示, 系统 t 时刻的状态变化, 不仅与 t 时刻状态有关, 而且与过去的状态也有关。

设 $x(t)$ 为月雨量时间序列, 用延滞时间 τ 进行飘移, 得到

$$E(t) = x(t),\ I(t) = x(t-\tau)$$
$$G(t) = x(t-2\tau),\ H(t) = x(t-3\tau)$$

$E(t)$, $I(t)$, $G(t)$, $H(t)$ 分别满足下列微分方程。

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}E(t)}{\mathrm{d}t} &= -E(t) + a_1 f(b_1 G(t-\tau)) - a_2 f(b_2 I(t-\tau)) + a_3 f(b_3 H(t-\tau)) \\
\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} &= -I(t) + a_4 f(b_4 E(t-\tau)) - a_5 f(b_5 G(t-\tau)) + a_6 f(b_6 H(t-\tau)) \\
\frac{\mathrm{d}G(t)}{\mathrm{d}t} &= -G(t) + a_7 f(b_7 E(t-\tau)) - a_8 f(b_8 I(t-\tau)) + a_9 f(b_9 H(t-\tau))
\end{aligned} \tag{2}$$

* 江苏省自然科学基金资助项目
收稿日期: 1996- 03- 30; 改回日期: 1996- 09- 23

$$\frac{dH(t)}{dt} = -H(t) + a_{10}f(b_{10}E(t-\tau)) - a_{11}f(b_{11}I(t-\tau)) + a_{12}f(b_{12}G(t-\tau))$$

其中$f(x)$是一个非线性函数, 我们取$f(x) = \mathrm{tg}h(x)$, (2)式是一个有记忆的方程, 符合预测思想。

现在用二阶 Runge-Kutta 方程求解(2), 有

$$\left.\begin{aligned}
E_1 &= -E(t) + a_1f(b_1G(t-\tau)) - a_2f(b_2I(t-\tau)) + a_3f(b_3H(t-\tau)) \\
I_1 &= -I(t) + a_4f(b_4E(t-\tau)) - a_5f(b_5G(t-\tau)) + a_6f(b_6H(t-\tau)) \\
G_1 &= -G(t) + a_7f(b_7E(t-\tau)) - a_8f(b_8I(t-\tau)) + a_9f(b_9H(t-\tau)) \\
H_1 &= -H(t) + a_{10}f(b_{10}E(t-\tau)) - a_{11}fI(b_{11}(t-\tau)) + a_{12}f(b_{12}G(t-\tau))
\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

取积分时间步长为h, 则有

$$\left.\begin{aligned}
E_2 &= -[E(t) + hE_1] + a_1f(b_1G(t-\tau+h)) - a_2f(b_2I(t-\tau+h)) + \\
&\quad a_3f(b_3H(t-\tau+h)) \\
I_2 &= -[I(t) + hI_1] + a_4f(b_4E(t-\tau+h)) - a_5f(b_5G(t-\tau+h)) + \\
&\quad a_6f(b_6H(t-\tau+h)) \\
G_2 &= -[G(t) + hG_1] + a_7f(b_7E(t-\tau+h)) - a_8f(b_8I(t-\tau+h)) + \\
&\quad a_9f(b_9H(t-\tau+h)) \\
H_2 &= -[H(t) + hH_1] + a_{10}f(b_{10}E(t-\tau+h)) - a_{11}f(b_{11}I(t-\tau+h)) + \\
&\quad a_{12}f(b_{12}G(t-\tau+h))
\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

最后有

$$\left.\begin{aligned}
E(t+h) &= E(t) + \frac{h(E_1+E_2)}{2} \\
I(t+h) &= I(t) + \frac{h(I_1+I_2)}{2} \\
G(t+h) &= G(t) + \frac{h(G_1+G_2)}{2} \\
H(t+h) &= H(t) + \frac{h(H_1+H_2)}{2}
\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

设

$$\tau = mh,\ t = nh,\ E(nh) = E_n,\ I(nh) = I_n,$$
$$G(nh) = G_n,\ H(nh) = H_n$$

(3)、(4)式代入(5)式, 得到

$$\begin{aligned}
E_{n+1} &= \left(1 - h + \frac{h^2}{2}\right)E_n + \frac{a_1h}{2}[(1-h)f(b_1G_{n-m}) + f(b_1G_{n-m+1})] - \\
&\quad \frac{a_2h}{2}[(1-h)f(b_2I_{n-m}) + f(b_2I_{n-m+1})] + \\
&\quad \frac{a_3h}{2}[(1-h)f(b_3H_{n-m}) + f(b_3H_{n-m+1})] \\
I_{n+1} &= \left(1 - h + \frac{h^2}{2}\right)I_n + \frac{a_4h}{2}[(1-h)f(b_4E_{n-m}) + f(b_4E_{n-m+1})] - \\
&\quad \frac{a_5h}{2}[(1-h)f(b_5G_{n-m}) + f(b_5G_{n-m+1})] +
\end{aligned} \quad (6)$$

$$
\begin{aligned}
G_{n+1} = {} & \left(1 - h + \frac{h^2}{2}\right) G_n + \frac{a_7 h}{2}[(1-h) f(b_7 E_{n-m}) + f(b_7 E_{n-m+1})] - \\
& \frac{a_8 h}{2}[(1-h) f(b_8 I_{n-m}) + f(b_8 I_{n-m+1})] + \\
& \frac{a_9 h}{2}[(1-h) f(b_9 H_{n-m}) + f(b_9 H_{n-m+1})] \\
H_{n+1} = {} & \left(1 - h + \frac{h^2}{2}\right) H_n + \frac{a_{10} h}{2}[(1-h) f(b_{10} E_{n-m}) + f(b_{10} E_{n-m+1})] - \\
& \frac{a_{11} h}{2}[(1-h) f(b_{11} G_{n-m}) + f(b_{11} G_{n-m+1})] + \\
& \frac{a_{12} h}{2}[(1-h) f(b_{12} I_{n-m}) + f(b_{12} I_{n-m+1})]
\end{aligned}
$$

(6) 式中的系数 a_i 和 b_i 可用最小二乘法确定。由于本研究中取 $f(x) = \mathrm{th}(x)$ 是一个双曲正切函数, 它的图形见图 1, 因此我们首先取适当的 b_i, 使得 $x_i(t) \in (0.3, 3.0)$, 然后用最小二乘法来确定 a_i。问题可以简化得多。

2　南京月降水量的预报

2.1　资料

本研究所用南京月降水资料取自江苏省地面观测资料, 序列长度为 1950 年 1 月至 1994 年 12 月。首先, 为了满足 $x_i(t) \in (0.3, 3.0)$, 选取 $b_1 = 0.015$, $b_2 = 0.025$, $b_3 = 0.035$, $b_4 = 0.015$, $b_5 = 0.025$, $b_6 = 0.035$, $b_7 = 0.015$, $b_8 = 0.025$, $b_9 = 0.035$, $b_{10} = 0.015$, $b_{11} = 0.025$, $b_{12} = 0.035$。

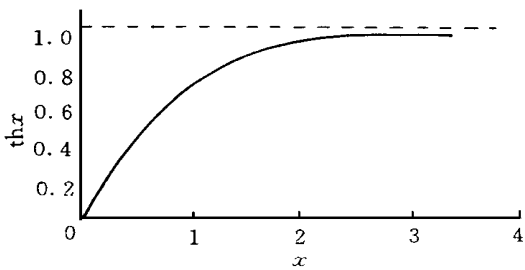

图 1　双曲正切函数 th(x)
$x \in (0, 0.3)$, $x \in (3.0, +\infty)$ th(x) 近似线性
$x \in (0.3, 3.0)$ th(x) 为非线性

Fig. 1　Hyperbolic tangent function th(x) $x \in (0, 0.3)$, $x \in (3.0, \infty)$. th(x) is close to nearly linear. (0.3, 3.0) is nonlinear

2.2　计算结果

以 b_i 代入时滞方程(6), 选取参数值 τ, m, h 求得 a_i, 见表 1。

表 1　参数的选取

Table 1　a_i(6) -calculated from parameters τ, m and h

	参数			由(6)式计算得到的 a_i
	τ	m	h	
预报 1	2	4	0.5	$a_1 = 122.1375$, $a_2 = -104.8464$, $a_3 = -95.7188$ $a_4 = 137.7030$, $a_5 = -120.1429$, $a_6 = -107.1804$ $a_7 = 129.0437$, $a_8 = -110.7300$, $a_9 = -98.1620$ $a_{10} = 138.3264$, $a_{11} = -118.8825$, $a_{12} = -109.9947$
预报 2	4	8	0.5	$a_1 = 121.5712$, $a_2 = -102.1374$, $a_3 = -95.3012$ $a_4 = 130.2494$, $a_5 = -114.5105$, $a_6 = -101.4370$ $a_7 = 124.5972$, $a_8 = -107.9492$, $a_9 = -94.3869$ $a_{10} = 135.7952$, $a_{11} = -117.4258$, $a_{12} = -108.1156$

续表 1

	参数			由(6)式计算得到的 a_i
	τ	m	h	
预报 3	6	12	0.5	a_1= 128.759 5, a_2= - 110.252 7, a_3= - 103.809 7 a_4= 138.678 1, a_5= - 119.160 7, a_6= - 111.848 8 a_7= 130.051 5, a_8= - 110.733 2, a_9= - 104.194 3 a_{10}= 136.772 9, a_{11}= - 117.437 3, a_{12}= - 110.445 7

以表 1 中各项参数及 a_i 值代入方程(6)式得到不同参数的预报 1, 预报 2, 预报 3, 其预报结果见图 2、3、4。

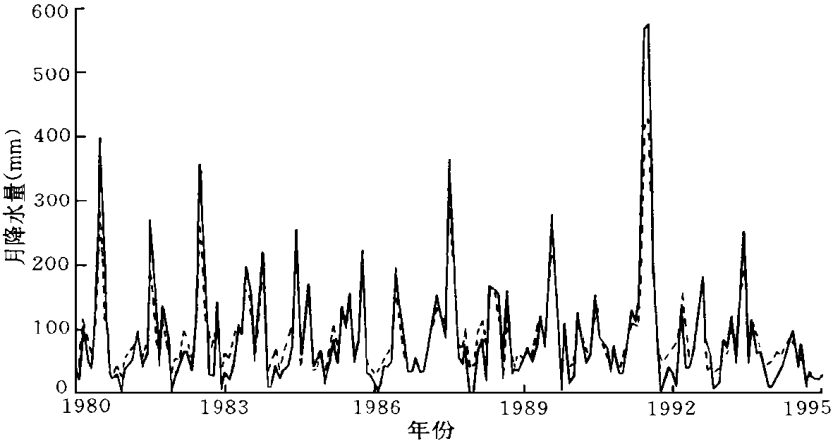

图 2 1980～1994 年逐月降水量预报和实况曲线

τ= 2, m= 4, h= 0.5

—— 实测值; - - 预报值

Fig. 2 Monthly rainfall prediction (——) versus the measured (- -) for 1980～1994

τ= 2, m= 4, h= 0.5

3 讨 论

(1) 用时滞方程(6)来预报南京 1980 年 1 月至 1994 年 12 月的降水量是令人满意的, 总体上与实况较吻合, 一些年份的大暴雨和特大暴雨都有所反映。例如, 1980 年 6、7、8 月份, 南京实测降水量分别为 136.7mm、397.4mm、130.8mm, 而预报 3(见图 4)得到的预报量为 130.3mm、303.2mm、128.2mm。1991 年 6、7、8 月份实测暴雨降水量为 570.0mm、581.0mm、237.0mm, 而预报 3 得到分别为 414.3mm、405.6mm、200.6mm。但对 1991 年 7 月份这样异常洪涝, 预报值与实况还有一定差距。以 1980 年 1 月到 1989 年 12 月, 十年的月降水量预报量与实测量的相关系数为 0.97。

(2) 预报 1、预报 2、预报 3 是选取相同的 b_i, 不同的参数 τ 和 m 所得。τ 是开拓相空间的时滞时间, τ 的选取应尽量保证开拓后相空间正交性。可以用退相关来求得, 但从本研究来看, τ 的选取对预报结果不敏感, 但差别还是有的。本试验 τ 分别取 2、4、6, 其中以 τ= 4 时预报值与实况较吻合。

(3) 由于降水量比较集中于每年的 5、6、7、8、9 月。图 5 是以南京 1952 年到 1994 年每年

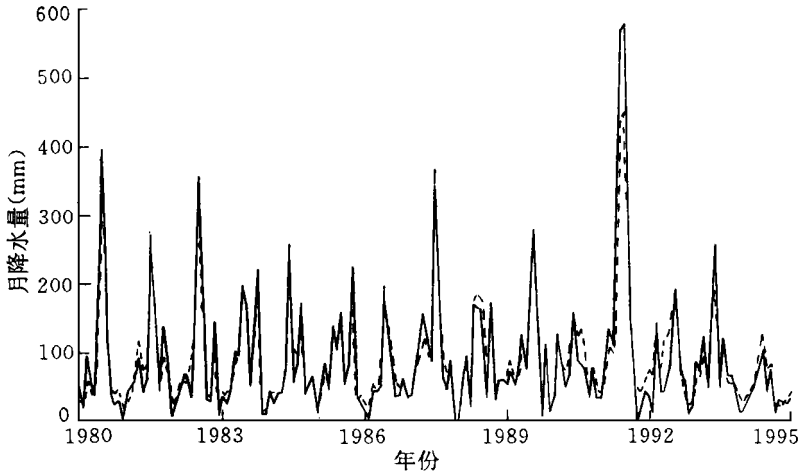

图 3　1980～1994 年逐月降水量预报和实况曲线

$\tau = 4$, $m = 8$, $h = 0.5$

—— 实测值; - - 预报值

Fig. 3　Monthly rainfall prediction (——) versus the measured (- -) for 1980～1994

$\tau = 4$, $m = 8$, $h = 0.5$

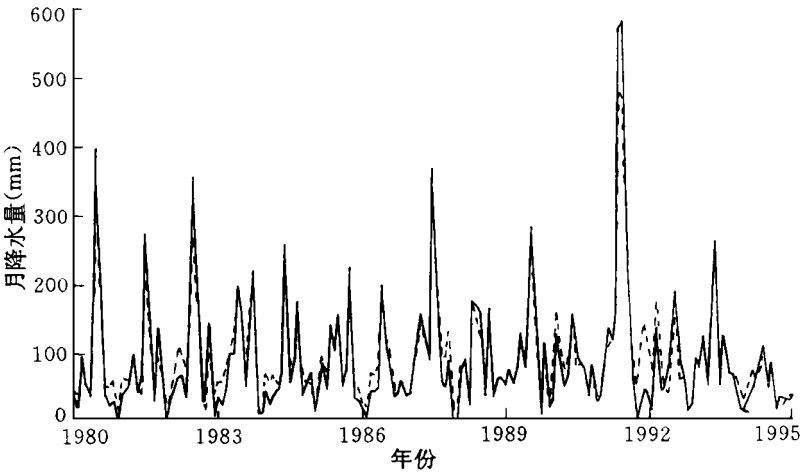

图 4　1980～1994 年逐月降水量预报和实况曲线

$\tau = 6$, $m = 12$, $h = 0.5$

—— 实测值; - - 预报值

Fig. 4　Monthly rainfall prediction (——) versus the measured (- -) for 1980～1994

$\tau = 6$, $m = 12$, $h = 0.5$

的 5、6、7、8、9 月份降水量资料组成的时间序列, 然后用时滞方程(6) 预报得到南京 1980 年到 1994 年每年 5、6、7、8、9 的降水量。

以相同参数的图 3 和图 5 相比较, 可以看到用 5、6、7、8、9 资料得到的预报结果, 基本趋势是一致的, 但误差略有增加。

(4) 研究中, 我们用上文给出的方法和资料, 选取相空间数 $n = 3$(三维) 的时滞方程来作南京月降水量预报, 得到结果如图 6, 比较图 3 和图 6 看出图 3 明显优于图 6。这说明, 对月雨量

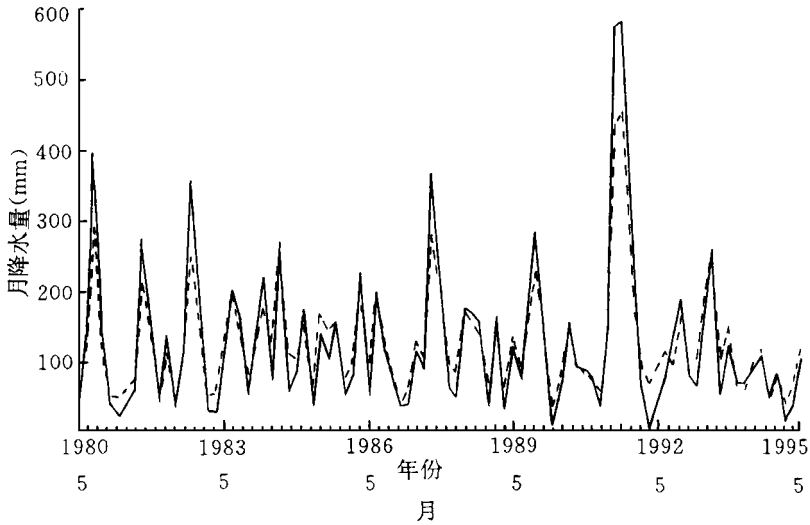

图 5 1980～1994 年 5～9 月逐月降水量预报和实况曲线

τ= 4, m= 8, h= 0.5

—— 实测值; - - 预报值

Fig. 5 Monthly rainfall prediction (——) versus the measured (- -) for May- September 1980～1994 with τ= 4 and m= 8 h= 0.5

时间序列来说, 采用时滞方程作预报, 相空间开拓成 4 维比 3 维的结果为好。

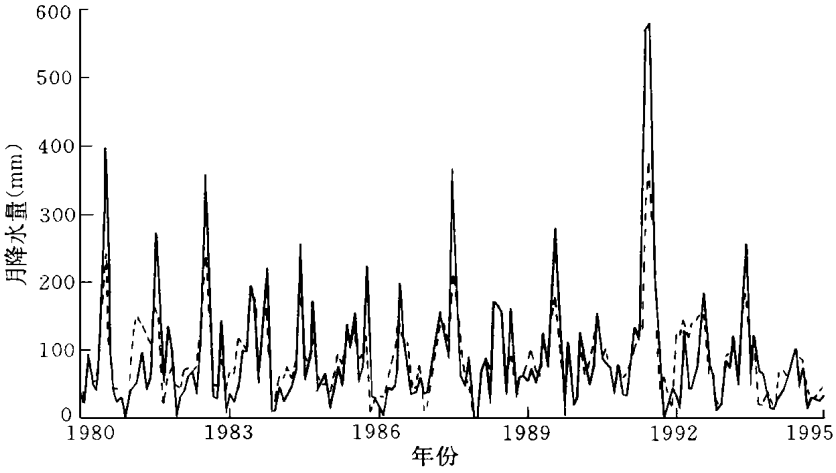

图 6 1980～1994 年 n= 3 逐月降水量预报和实况曲线

τ= 4, m= 8, h= 0.5

—— 实测值; - - 预报值

Fig. 5 n= 3 monthly rainfall prediction (——) versus the measured (- -) for 1980～1994

τ= 4, m= 8, h= 0.5

综上所述, 用时滞方程来作非线性性质很强的月降水量预测的方法是有效的。本研究对 n 的选取, 以及参数 τ、m 的选取也作了初步的讨论, 但如何使得这一预报方法更完善, 也存在一些问题有待进一步研究。

参　考　文　献

1 Yan S J, Peng Y Q, Guo G. Monthly mean temperature prediction based on a multilevel mapping model of neural network by type. AAS, 1995, 12(2): 225～257

2 Peng Y Q, Yan S J, Wang T M. A nonlinear time-lag differential equation model for predicting monthly precipitation. AAS, 1995, 12(3): 319～324

3 吴祥宝. 混沌时间序列的非线性预测及其在研究人脑功能中的应用. 中国科学院研究生院学报, 1993, 10(2): 189～196

4 徐萃薇. 计算方法引论. 北京: 高等教育出版社, 1985. 215～220

MONTHLY PRECIPITATION BY NONLINEAR TIME-LAGGING EQUATION

Yan Shaojin　Li Zhonghua　Guo Guang

(Department of Basic Courses, NIM, Nanjing　210044)

Abstract　Based on continuation of 1D monthly rainfall series by lagging parameter τ, a 4D time-lagging equation is used to forecast monthly precipitation for 1980～1994, with correlation coefficient 0.97 with the measured. Further, the selection of parameters for the equation is addressed.

Keywords　time-lagging equation, monthly rainfall, prediction