

中纬和热带气旋路径可预报性的差异

肖天贵¹⁾ 陶杰²⁾

(1)成都气象学院,成都,610041,(2)四川绵阳市气象局,绵阳,621002)

摘要 应用非线性系统分析方法,对比研究了中纬度欧洲地区(0~90°E,25~60°N)冬季180个气旋路径和西太平洋地区(110~170°E,10~45°N)夏季180个台风路径。通过计算独立气旋“对”的关联函数和气旋路径的结构函数,得到了代换相空间中气旋(台风)路径吸引子维数为2~2.5(1.4~1.9)和路径的自相似性。由此推断初始误差 e 的折摺率均为2~3天左右,分区的结果亦类似。对气旋路径的时间标度分析表征着系统的无标度性,关联方差谱遵从频率的2~3次方幂律。

关键词 气旋路径,台风路径,分维数,可预报性,时间标度

分类号 P456

近来,根据观测资料计算气象要素或特征量相应的动力学结构,已有一系列的成果发表。严绍瑾、彭永清^[1]对此有专门论著。Fraedrich和Leslie^[2,3]对南半球气旋活动和台风活动等做过研究。本文根据1980~1992年冬季(12~2月)0~90°E,25~60°N范围内180个气旋个例以及1980~1987年夏季(6~8月)110~170°E,10~45°N范围内180个台风个例的路径资料,分析北半球中纬度气旋路径的动力学结构及北半球西太平洋区域台风路径的动力学结构,并加以对比,以初步估计不同纬度带大尺度涡旋路径性质的异同。

1 基本思路和方法

考虑用初始小误差的增长速率来量度动力学系统的可预报性,则可从表示该动力学系统时间演变的相空间轨迹来进行。例如初始接近的两种状态(一种是真实的,一种是包含错误的)沿着不同路径通过相空间,其误差增长可以通过两个接近状态之间随时间增长而增长的距离来测量。对于大气动力学系统,其可预报性可能与其稳定性有关,即初始的小差异在一个有限时间以后将超过阈值,表征着一种最终不可预报的不稳定过程,反之亦然。显然,相空间中不同地区可能导致小误差的不同增长率,即可能导致初始接近的两条路径的不同偏离率。我们正是利用独立的气旋“对”之间路径的离散速率来估计可预报性的平均界限。为方便分析,我们在计算中已假定所有的气旋“对”均是从同一点出发的。

1.1 计算关联函数

对于从时间 t_i 开始移动的一个气旋路径(或其一段) $X_m(t_i)$,在 $X = X(x, y)$ 的两维空间中,对 m 个连贯时步 τ 取样为

$$X_m(t_i) = [x(t_i), y(t_i); \dots; x(t_i + (m-1)\tau), y(t_i + (m-1)\tau)] \quad (1)$$

其中取样时间 $\tau = 6\text{h}$ 。将具有独立路径 $X_m(t_i), X_m(t_j)$ (或其一段) 的气旋“对”之间的距离, 在 k 时步时用 Euclid 距离表示

$$d_{ij}(k) = \{[x(t_i + k\tau) - x(t_j + k\tau)]^2 + [y(t_i + k\tau) - y(t_j + k\tau)]^2\}^{1/2} \quad (2)$$

那么, 总数为 N_m 个气旋路径中, 初始时刻两气旋路径间距离小于、而且直到 $m-1$ 时步距离仍然小于临界值 l 的独立气旋路径“对”的数目为 $N_m(l)$ 即

$$d_{ij}(k) < l, \quad k = 0, \dots, m-1 \quad (3)$$

对于独立气旋路径, 其中, $N_m(l)$ “对”互相关距离仍小于距离 l 的概率估计为

$$C_m(l) = N_m(l)/(N_m - 1)^2 \quad (4)$$

这个累积距离分布函数 $C_m(l)$ 即为关联函数。

1.2 确定维数

考虑在一条线、在一个面、在一个体积内的资料点的随机分布情况。距离小于等于 l 的“点对”的相对数目随着 l 增加呈线性、二次方、立方增长, 即正比于 l, l^2, l^3 。将这一定性观点推广到确定性系统, 这种系统的动力学能在镶嵌于较高维的相空间中的比较低维的吸引子上演变。用关联函数类似地估计吸引子的关联维数 D_2

$$C(l) \underset{l \rightarrow 0}{\sim} l^{D_2} \quad (5)$$

即按相空间维数推广 Euclid 距离 $d_{ij}(k)$ 。当分析持续时间足够长的路径资料独立部分时, 可把吸引子嵌于由该资料所给出的时间滞后坐标来测量的代换相空间中。本文中用两个独立时间路径 $x(t)$ 和 $y(t)$ 来测量代换相空间, 同建立在单一变量基础上常用的气候资料非线性分析稍有差异。

1.3 确定可预报性

从关联函数概念可知, 间距保持小于一固定距离 l 的气旋“对”的概率或者相对频数, 随着它们沿路径的持续时间增长而减小。持续时间从 $(m-1)\tau$ 变到 $m\tau$, 与此相应的概率从 C_m 变到 C_{m+1} , 这提供了部分原路径接近的气旋“对”从一个宽度为 l 的通道向外的平均逸散偏离率的量度

$$K_2 = \frac{1}{\tau} \ln [C_m(l)/C_{m+1}(l)] \quad (6)$$

K_2 是二阶熵, 给出 Kolmogorov 熵的下限。 K_2 的倒数 $1/K_2$ 确定了在吸引子上一个平均的时间尺度。就初始路径接近部分的 e 倍偏离率而言, 在这一时间尺度以内, 确定性的预报是可能的。

(5)、(6)式给出了当 $m \rightarrow \infty$ 和 $l \rightarrow 0$ 时关联函数 $C_m(l)$ 尺度

$$C_m(l) \sim l^{D_2} \exp(-m\tau K_2) \quad (7)$$

K_2 的估计可用一种对嵌入维 m 增加的 $\ln C_m(l) - \ln l$ 的曲线图得到。

1.4 计算时间标度

从气旋路径的位置分量 x 和 y 来估算结构函数。在自相似条件下, 结构函数可表示为

$$\langle (x(t + \lambda\tau) - x(t))^2 \rangle = \lambda^{2H} \langle (x(t + \tau) - x(t))^2 \rangle \quad (8)$$

式中延拓时间 $\lambda\tau$ 是时步 τ 的整数倍, $\langle \rangle$ 表示所有独立气旋在整个生命周期的平均值, 它与经向或纬向的距离平方及延拓时间 $\lambda\tau$ 有关。时间与距离间的幂律 (power-law) 关系可从一个双对数图 (图 2) 推断。由 x 和 y 分量可以得到不同的时间标度量 H_x 和 H_y , 它表征着一种自相似信号; 当时间尺度 τ 乘以 λ 因子时, 其信号将放大 λ^{-H} 倍, 而且变换后的时间序列同原序列有相同的统计特征。

时间标度量可同谱的时间序列分析联系起来。由于自相似表示了在前述信号下无标度性尺度,功率谱随频率 f 的幂律为

$$P(f) = f^{-a} \quad a = 2H + 1 \quad (9)$$

注意到对气旋路径来说,关联方差谱是基于 Lagrange 框架,而不是基于通常的 Euler 框架。在自相似结构 ($H_x = H_y$) 状况下,气旋路径的分数维 D 为

$$D = \min(1/H, 2) \quad (10)$$

考虑到自相似的小偏差存在,这里假定 $\langle H \rangle = (H_x + H_y)/2$ 。

2 计算结果及讨论

据前述思路与描述方法,我们计算获得了中纬度地区及分区(以 30°E 为界)、热带地区及分区(以 125°E 为界)气旋路径的平均动力结构和结构函数。中纬度地区分界线定在 30°E ,主要是基于大西洋和欧洲地区阻高在大洋上与在陆地上对气旋路径影响应有差异的考虑,并且东区气旋初始位置限制在 $30\sim 60^\circ\text{E}$ 范围。热带地区分区以 125°E 为界则基于西太平洋台风在东、西区分属不同源地^[5]。另需说明,在计算中,当气旋的初始位置在某一地区,则指定为该地区的气旋。同时据 Fraedrich^[2]和我们的计算结果可知,以原气旋位置和把所有气旋初始位置放在同一起点的计算结果差异不大,所以文中的图及讨论均是以正规化位置的计算结果为依据。

2.1 相空间量度

2.1.1 中纬度地区

首先我们分析了中纬度地区 180 个气旋路径,得到了中纬度地区东区(83 个气旋)、西区(97 个气旋)及整个中纬度地区的平均关联维数和 K_2 熵估计值。取路径时步 $\tau = 6\text{h}$,延拓到 $m = 13$,在有意义的距离范围内,基础动力学方程(5)、(6)式中关联维数 D_2 和 K_2 熵可由关联函数的双对数 $\ln C_m(l) \sim \ln l$ 图来估计。图 1 显示出观测到的气旋路径的相关函数有较小的斜率随时间增长率 ($D_2 < m$),但其线性区域在各图上相当不同。就中纬度地区来说,其全区(图 1a)、东区(图略)和西区(图略)在距离分别为 $300\text{km} < l < 1300\text{km}$ 、 $300\text{km} < l < 1000\text{km}$ 、 $300\text{km} < l < 1500\text{km}$ 内,关联维数 D_2 达到了饱和,其 D_2 分别为 $2 \sim 2.3$ 、 $2 \sim 2.6$ 、 $2 \sim 2.3$,可见中纬度地区气旋路径可由一个相对低维的吸引子所控制。由初始误差 e 的折摺率所推断的可预报时间,在上述 3 种情形下分别为 $2 \sim 3\text{d}$ 、 $1 \sim 2\text{d}$ 、 $2 \sim 3\text{d}$ 。

上述结果有两点值得注意。(1) $l = 300\text{km}$ 作为一个“节点”的特征。在 $l < 300\text{km}$ 时,随着嵌入维的增加, $C_m(l)$ 图上的斜率不能达到饱和,熵值也较大,显然与距离 $l > 300\text{km}$ 时表现的具有一定的线性区域特征不同。(2) 东区气旋路径具有较高维数与较小可预报性尺度,而西区气旋路径则相反。

2.1.2 西太平洋地区

为便于与中纬度气旋路径比较,我们选取了夏季等量的 180 个西太平洋台风个例,且仍分成东区(143 个台风,图略)、西区(37 个台风,图略)及全区(图 1b)计算讨论。由图可见,在距离范围分别为 $150\text{km} < l < 700\text{km}$ 、 $100\text{km} < l < 550\text{km}$ 和 $200\text{km} < l < 450\text{km}$ 时,西太平洋地区全区、东区和西区台风路径平均维数为 $1.6 \sim 1.82$ 、 $1.6 \sim 1.81$ 、 $1.4 \sim 1.67$,其相应的初始误差 e 的折摺率均为 $2 \sim 3\text{d}$ 。

虽然台风路径可以由一个相对很低维数 ($D_2 < 2$) 的吸引子所控制,但其确定性可预报时间尺度同中纬度气旋路径比较并未提高(均为 $2 \sim 3\text{d}$),这也许同空间范围有关,即确定性可预报界限可能受维数与 $C_m(l)$ 图中斜率域的线性区域共同约束。

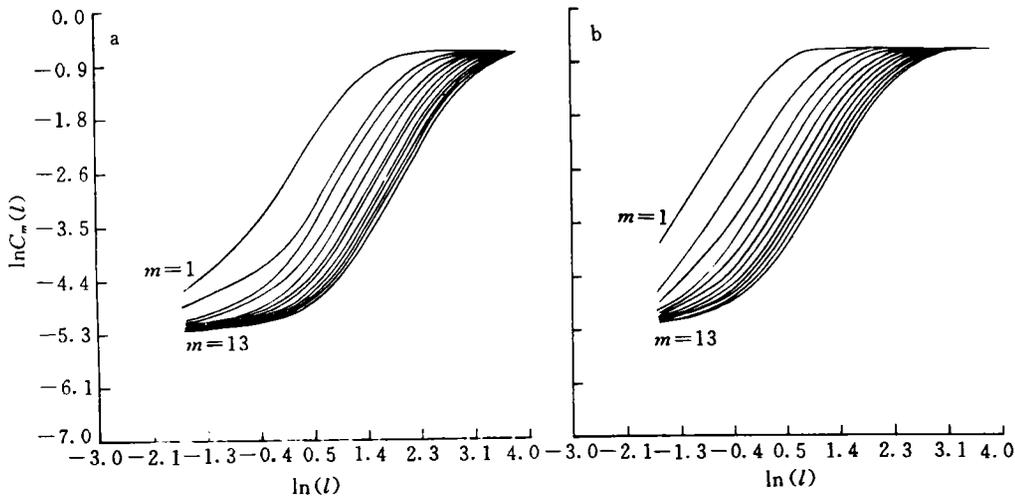


图1 m 个 6h 时步长气旋路径“对”的关联函数 $C_m(l)$ 图

(纵轴为 $\ln C_m(l)$, 其中 l 为经纬距)

a. 中纬地区, b. 西太平洋地区

Fig. 1 Diagram of incidence function $C_m(l)$ used for the tracks of paired cyclones with the position defined at a 6h interval ($m = 1, 2, 3, \dots, 13$). The ordinate denotes $\ln C_m(l)$ with l as with a) for midlatitudes and b) for the western Pacific.

前述讨论可知,中纬欧洲地区气旋路径比西太平洋台风路径在动力学结构中有较高的维数,可能反映了较为复杂地表状况的影响,但由于中纬气旋处于强西风急流中,引导气流的作用往往又非常显著,使空间预报尺度相应增大,这样同西太平洋台风路径相比,其总体复杂程度并不显优势,所以出现了两个纬带气旋路径可预报时间尺度相当的特征。

运用上述方法讨论气旋路径有其局限性。因为一个气旋路径是一次有限时间内的事件,它不一定完全地占据整个相空间,当用时间滞后坐标构造代换相空间时,它的嵌入气旋路径吸引子所必须的维数将受该气旋生命史的限制。所以,当分析距离统计结果时,有基于 Lagrange 模拟基础上的平均气旋路径可预报性比天气吸引子上平均的可预报性更为合适。

2.2 时间标度估计

由(8)~(10)式计算的两组气旋路径结构函数表示在图2中。由其斜率 $2H$ 可取自相似信号。因全区与分区结构函数结果相似,故这里仅分析中纬及西太平洋不分区的结果。图2a是西太平洋台风路径结构函数图。纬向和经向有相似的时间标度量, $H = 0.75$, 相应的分维数是 $1/H = 1.1 \sim 1.65$, 关联方差谱随频率增大按 $a = 2H + 1 = 2.5$ 幂律减小, 结构函数的纬向(或经向)标度可延拓到 0.4rad , 时间大约 $3 \sim 4\text{d}$ 。图2b代表中纬地区气旋路径结构函数图, 比较图2a发现其纬向位置的结果在图形上很相似, 但数值差异较大, $H = 0.57$, $1/H = 1.5 \sim 1.9$, 相应的纬向位置时间标度可延拓 0.1rad 而时间大约 2d ; 经向位置有 $H = 0.73$, $1/H = 1.2 \sim 1.6$, 其时间标度可延拓 0.4rad , 时间约 $3 \sim 4\text{d}$ 。中纬地区气旋路径纬向位置较大分维数可能与整个中纬地区复杂的下垫面有关。

直接比较分维数和关联维似乎很困难。首先是因为关联函数是基于独立气旋“对”间的距离, 而结构函数仅依赖于独立气旋路径位置; 关联函数描述了一个相空间的测量值, 而结构函数表征一种时间标度。其次, 在中纬地区(或西太平洋) D_2 的估计值是在距离小于 1500km (或

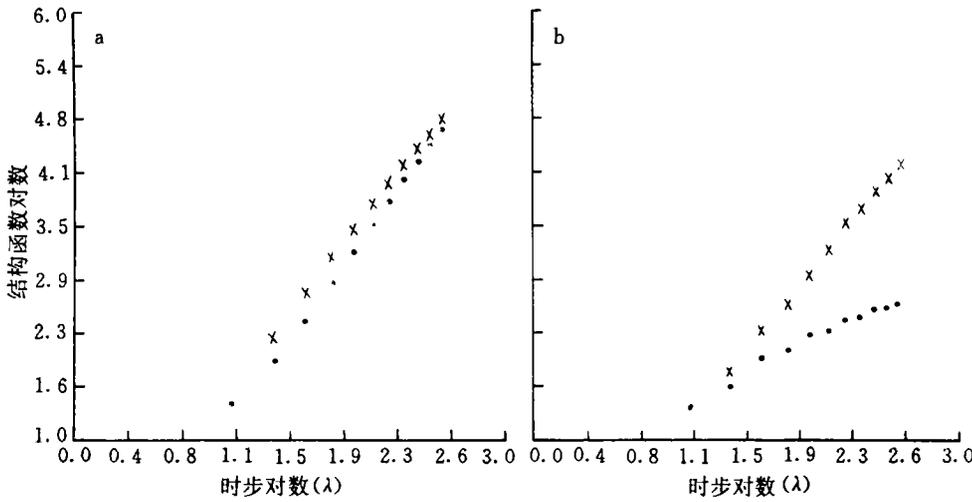


图2 经向、纬向气旋位置的结构函数双对数 $\ln((x(t + \lambda\tau) - x(t))^2) \sim \ln\lambda$ 图
 (λ 为时步, $\tau = 6h$, 气旋位置以度为单位)

a. 西太平洋地区台风路径, b. 中纬度地区气旋路径, \times : 经度, \cdot : 纬度

Fig. 2 Diagram of double logarithm of structure function $\ln((x(t + \lambda\tau) - x(t))^2) \sim \ln\lambda$ for the cyclone position meridionally and zonally, where λ is timestep and $\tau = 6h$ with a. for the western Pacific and b. for midlatitudes, where \cdot denotes latitude and \times longitude

700km) 条件下得到的, 而 $1/H$ 则是在气旋的整个生命史中得到的。最后应指出^[6], 一个从观测资料得到的一定关联维不需指出确定性混沌现象的存在, 因为对应分数维的一定值可以包含有随机过程。

3 结 论

主要结果有:

(1) 在中纬地区, 有一个“节点”将关联函数分成两个明显尺度, 即大于或小于 300km 的尺度范围。较大尺度系统中初始误差 e 的折摺率约为 2~3d, 而较小尺度系统维数不能达到饱和。

(2) 西太平洋地区, 关联函数无“节点”存在。吸引子关联维数 1.4~1.9(包括分区) 明显低于中纬地区气旋路径的关联维数 2~2.6, 由于其斜率域中线性区域较窄, 初始误差 e 的折摺率为 2~3d。

(3) 时间标度分析表明气旋路径动力特征缺乏尺度优势, 即无标度性。关联方差谱的幂律表示其随频率的增加以 2~3 次方减少。由于关联函数和结构函数基于不同思想, 比较其结果时应特别注意。

参 考 文 献

- 1 严绍瑾, 彭永清. 非平衡态理论与大气科学. 北京: 学苑出版社, 1979
- 2 Fraedrich K, Leslie L M. Estimates of cyclone track predictability. I: Tropical cyclones in the Australian region. Q J R Meteor Soc, 1989, 115: 79~92
- 3 Fraedrich K, Grotjahn R, Leslie L M. Estimates of cyclone track predictability. II: Fractal analysis of mid-latitude cyclones. Q J R Meteor Soc, 1990, 116: 317~335
- 4 Fraedrich K. Estimating weather and climate predictability on attractors. J Atmos Sci, 1987, 44: 722~728
- 5 陈联寿, 丁一汇. 西太平洋台风概论. 北京: 科学出版社, 1979. 13
- 6 Osborne A R, Provencale A. Finite correlation dimension for stochastic systems with power-law spectra. Physica, 1989, 35D: 357~381

DIFFERENCE IN PREDICTABILITY OF CYCLONE TRACKS AT MID AND LOW LATITUDES

Xiao Tianguai

(Chengdu Institute of Meteorology, Chengdu, 610041, PRC)

Tao Jie

(Mianyang Meteorological Administration, Mianyang, Sichuan, 621002, PRC)

Abstract Nonlinear systematic analysis is utilized to investigate 180 winter cyclone tracks in midlatitude Europe ($25 \sim 60^{\circ}\text{N}$, $0 \sim 90^{\circ}\text{E}$) and as many of summer typhoon paths over the western Pacific ($10 \sim 45^{\circ}\text{N}$, $110 \sim 170^{\circ}\text{E}$). Calculation of the associated function of independent cyclone pairs and structural function of the tracks indicates that the fractal dimension is $2 \sim 2.5$ ($1.4 \sim 1.9$) for the cyclone (typhoon) attractor in the continued phase space and the track autosimilarity as well. It follows that the time scale of e -folding growth rate of initial error is 2 to 3 days, the same being true of regionalized paths. Further, the track time scaling indicates no scaling feature and the associated variance spectra decrease following the $2 \sim 3$ power law with increasing frequency.

Keywords cyclone track, typhoon path, fractal dimension, predictability, time scaling