

新疆阿勒泰地区山绵羊死亡率灰色马尔柯夫预测

冯定原¹⁾ 吕 新²⁾ 罗先平²⁾

(1)南京气象学院应用气象学系,南京,210044,2)新疆石河子农学院农学系,石河子,832003)

摘要 灰色 GM(1,1)预测与马尔柯夫预测的优点可以相互补充,将两者结合起来对随机性和波动性较大的数据序列进行预测,精度更高。本文采用灰色与马尔柯夫两种预测的组合模型,对新疆阿勒泰地区山绵羊死亡率的时间序列进行了分析,并预测了 1992 的可能死亡率情况,为该地区畜牧业生产发展和防灾减灾提供了科学依据。

关键词 山绵羊死亡率,灰色马尔柯夫链,模型,预测

分类号 S168

新疆是我国重要的畜牧业生产基地之一,山绵羊等畜产品的增减直接影响到当地经济的发展。干旱、严寒、暴风雪等畜牧气象灾害对畜牧业生产发展影响极大,是造成山绵羊大量死亡的最主要原因。由于山绵羊逐年死亡率既具有随机性等灰色量的基本特征,又具有波动性等马尔柯夫链的本质特性,故可采用灰色 GM(1,1)模型和马尔柯夫转移概率来描述^[1,2]。考虑到灰色 GM(1,1)预测与马尔柯夫预测的优点可以互相补充,倘将两者结合起来,则可进一步提高预测精度,特别适合于随机性和波动性较大序列的预测问题。基于上述思路 and 观点,本文采用灰色与马尔柯夫两种预测的组合模型——灰色马尔柯夫预测模型,对新疆阿勒泰地区 1973~1991 年逐年的山绵羊死亡率进行了分析,并预测了 1992 年可能的死亡情况,取得了较好的结果,为当地畜牧业生产发展和防灾减灾提供了科学依据。

1 预测模型

1.1 灰色 GM(1,1)模型

(1)原始 GM(1,1)模型 设有原始数据序列 $X^{(0)}(K), (K = 1, 2, \dots, P)$, 则原始 GM(1,1)模型为

$$\hat{X}^{(1)}(K+1) = [X^{(0)}(1) - \frac{u}{a}]e^{-aK} + \frac{u}{a} \quad (1)$$

$$\hat{X}^{(0)}(K+1) = \hat{X}^{(1)}(K+1) - \hat{X}^{(1)}(K) \quad (2)$$

令 $\hat{Y}(K) = \hat{X}^{(0)}(K+1)$ (3)

式中 $\hat{Y}(K)$ 为 K 时刻按原始 GM(1,1)模型求得的原始数据预测值。相应的 $\hat{Y}(K)$ 曲线反映了原始数据总的变化趋势。

(2)残差 GM(1,1)模型 为了提高原始 GM(1,1)模型精度,可用原始数据序列的残差建立残差 GM(1,1)模型,以修正原始 GM(1,1)模型。若对原始 GM(1,1)模型 $X^{(0)}(K+1)$ 进行

修正,则相应的数据序列为

$$X^{(0)} = [X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), \dots, X^{(0)}(n)] \quad (4)$$

$$\hat{X}^{(0)} = [\hat{X}^{(0)}(1), \hat{X}^{(0)}(2), \dots, \hat{X}^{(0)}(n)] \quad (5)$$

残差 $q^{(0)}$ 为

$$q^{(0)} = [q^{(0)}(1), q^{(0)}(2), \dots, q^{(0)}(n)] \quad (6)$$

$$q^{(0)}(K) = X^{(0)}(K) - \hat{X}^{(0)}(K) \quad (7)$$

对(6)式的残差数据进行建模,则残差 GM(1,1)模型为

$$\hat{q}^{(1)}(K+1) = [q^{(0)}(1) - \frac{u_q}{a_q}]e^{-a_q K} + \frac{u_q}{a_q} \quad (8)$$

对 $q^{(1)}(K+1)$ 求导

$$\hat{q}^{(0)}(K+1) = (-a_q) [q^{(0)}(1) - \frac{u_q}{a_q}]e^{-a_q K} \quad (9)$$

(3)经残差修正后的灰色 GM(1,1)模型 用残差 GM(1,1)模型对原始 GM(1,1)模型进行修正后的灰色 GM(1,1)模型为

$$\hat{X}^{(0)}(K+1) = (-a) [X^{(0)}(1) - \frac{u}{a}]e^{-aK} + \delta(K-i)(-a_q) [q^{(0)}(1) - \frac{u_q}{a_q}]e^{-a_q K} \quad (10)$$

式中 $\delta(K-i) = \begin{cases} 1, & (K \geq i) \\ 0, & (K < i) \end{cases}$, $i = n - n'$, n 为原始数据序列的个数, n' 为选取做残差 GM(1,1)模型序列的个数。

1.2 灰色马尔柯夫模型

(1)状态划分 状态划分系以 $\hat{Y}(K)$ 曲线为基准,将整个状态变化范围区分成与 $\hat{Y}(K)$ 曲线平行的若干条形区域,每一个条形区域为一个状态。对于一个符合马尔柯夫链特点的非平稳随机序列 $Y(K)$, $[Y(K) = X^{(0)}(K+1)]$,可根据具体情况划分为 n 个状态^[3],其任一状态的灰色元素 A_i 可表达为

$$A_i = [\tilde{A}_{1i}, \tilde{A}_{2i}]$$

$$\tilde{A}_{1i} = Y(K) + O_i, (i = 1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

$$\tilde{A}_{2i} = Y(K) + S_i, (i = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

由于 $Y(K)$ 为时间的函数,因而灰色元素 $\tilde{A}_{1i}$ 、 $\tilde{A}_{2i}$ 也随时序变化,即状态 A_i 具有动态性。关于状态 A_i 的含义、状态划分的数目 n 和灰色元素 $\tilde{A}_{1i}$ 、 $\tilde{A}_{2i}$ 的确定,可根据研究对象和原始数据来确定^[4]。

(2)计算状态的转移概率矩阵 状态的转移概率

$$P_{ij}(1) = M_{ij}/M_i, (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

式中 M_{ij} 为由状态 A_i 一步转移到状态 A_j 的样本数, M_i 为处于 A_i 状态的样本总数。状态转移概率矩阵

$$R(1) = \begin{bmatrix} P_{11}(1) & P_{12}(1) & \cdots & P_{1n}(1) \\ P_{21}(1) & P_{22}(1) & \cdots & P_{2n}(1) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ P_{n1}(1) & P_{n2}(1) & \cdots & P_{nn}(1) \end{bmatrix} \quad (14)$$

一般只要考虑一步转移概率矩阵 $R(1)$ 。设预测对象处于 A_k 状态,则考察矩阵 $R(1)$ 中的第 K 行。若 $\text{Max} P_{Kj}(1) = P_{KL}(1)$,则可认为预测对象下一时刻最有可能由 A_k 状态转向 A_L 状态。若

遇矩阵 $R(1)$ 中第 K 行有 2 个或 2 个以上概率相同或相近时,则预测对象的未来状态转向难以确定。此时需要进一步考察二步 $R(2)$ 或多步 $R(n)$ ($n \geq 3$) 转移概率矩阵。

1.3 预测值的计算

当确定了预测对象未来的状态转向后,也就确定了灰色元素 $\tilde{A}_{1i}, \tilde{A}_{2i}$, 则最终的预测值为

$$\hat{Y}(K) = \frac{1}{2}(\tilde{A}_{1i} + \tilde{A}_{2i}) = Y(K) + \frac{1}{2}(O_i + S_i) \tag{15}$$

2 死亡率预测

由于新疆阿勒泰地区地处边远,地广人稀,社会生产和经济条件比较落后,截至目前为止,甚至在今后一段时期内,牧业生产均为逐水草而牧,依靠天然牧场养殖,每年的山绵羊死亡率主要受恶劣的天气气候,即气象灾害因素所制约,或者说是由恶劣的气象灾害因素所引起,所以可从气象角度进行预测。该区历年山绵羊死亡率见表 1。

表 1 新疆阿勒泰地区历年山绵羊死亡率(%)

Table 1 The 1973~1991 death rates of goats and sheep over the Aletai area, Xinjiang(%)

年 份	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982
死亡率	6.6	8.9	8.6	8.3	25.9	7.6	8.4	10.4	8.5	9.2
年 份	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	
死亡率	9.3	9.2	14.2	4.3	4.5	4.4	4.0	4.9	5.8	

2.1 建立原始 GM(1,1)模型

$$\hat{X}^{(0)}(K+1) = 12.97\exp(-0.04793K)$$

2.2 建立残差 GM(1,1)模型

按残差 $q^{(0)}(K)$ 序列建立

$$\begin{aligned} q^{(0)}(K) = & [-0.55, 0.57, 1.07, 1.36, 6.73, -2.82, -2.31, -2.21, \\ & -2.17, -0.98, -0.61], (n=19, n'=11, i=8) \\ \hat{q}^{(0)}(K) = & 0.2691 \exp(0.05052qK) \end{aligned}$$

2.3 经残差修正后的灰色 GM(1,1)模型

$$X^{(0)}(K+1) = 12.97\exp(-0.04793K) - 8(K-8)0.2691\exp(0.05052qK)$$

令
$$Y(K) = X^{(0)}(K+1)$$

2.4 建立灰色马尔柯夫模型

(1)状态划分 根据历年山绵羊死亡率序列的实际情况,将其划分为以下 6 种状态

$$\begin{aligned} A_1: \quad & \tilde{A}_{11} = Y(K) - 5, & \tilde{A}_{21} = Y(K) - 2.5 \\ A_2: \quad & \tilde{A}_{12} = Y(K) - 2.5, & \tilde{A}_{22} = Y(K) \\ A_3: \quad & \tilde{A}_{13} = Y(K), & \tilde{A}_{23} = Y(K) + 2.5 \\ A_4: \quad & \tilde{A}_{14} = Y(K) + 2.5, & \tilde{A}_{24} = Y(K) + 5 \\ A_5: \quad & \tilde{A}_{15} = Y(K) + 5, & \tilde{A}_{25} = Y(K) + 7.5 \\ A_6: \quad & \tilde{A}_{16} = Y(K) + 7.5, & \tilde{A}_{26} = Y(K) + 10 \end{aligned}$$

式中 $Y(K)$ 为 K 时刻按修正后的 GM(1,1)模型求得的新疆阿勒泰地区历年山绵羊死亡率预测值,见图 1。从图 1 可以看出,上述状态划分分别形成 6 个与残差 GM(1,1)模型预测曲

线平行的条形区域。

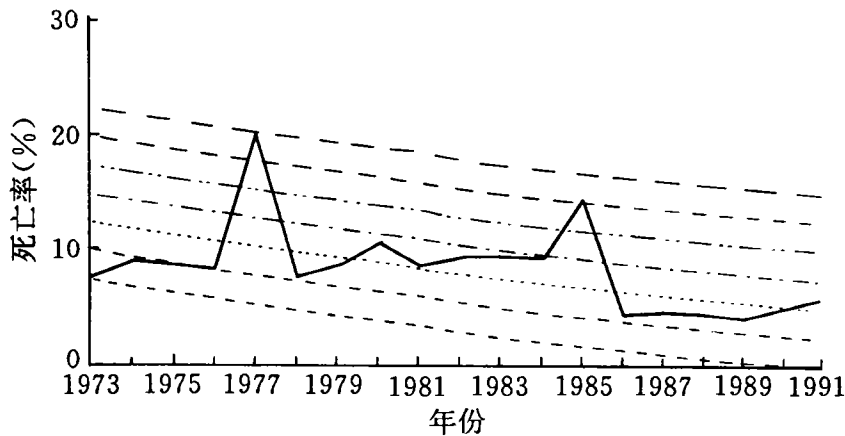


图1 新疆阿勒泰地区历年山绵羊死亡率预测情况

Fig. 1 Over the years goats and sheep death rate forecasting of Xinjiang Aletai area

(2) 计算状态转移概率矩阵 按(13)、(14)式计算各状态间的一步转移概率矩阵

$$R(1) = \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5/8 & 2/8 & 0 & 0 & 1/8 \\ 0 & 0 & 4/5 & 0 & 1/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

根据上述一步转移概率矩阵可以预测新疆阿勒泰地区未来年份山绵羊死亡率的转移状态。以预测 1992 年的山绵羊死亡率为例,由于 1991 年处于 A_3 状态,因此考察矩阵第三行, $\text{Max } P_{3j} = P_{33}$,可以预测新疆阿勒泰地区 1992 年山绵羊死亡率最有可能仍处于 A_3 状态。

2.5 计算预测值

考察一步转移概率矩阵可知,1992 年阿勒泰地区山绵羊死亡率最有可能仍处于 A_3 状态,由(15)式得预测值为

$$\hat{Y}'(20) = 1/2(\tilde{A}_{13} + \tilde{A}_{23}) = \hat{Y}(20) + 1/2(0 + 2.5) = 4.619 + 1.25 = 5.869\%$$

即 1992 年的山绵羊死亡率为 5.869%,实况为 5.90%。预测值与实况值十分接近。

1988~1991 年灰色马尔柯夫预测与灰色 GM(1,1)以及经残差修正的灰色 GM(1,1)预测结果比较见表 2。

从表 2 可以看出,灰色马尔柯夫的预测精度比灰色 GM(1,1)和经残差修正的灰色 GM(1,1)预测精度均有明显提高。

表 2 三种预测方法的结果比较(%)

Table 2 Comparison between the predictions given by the three methods(%)

年 份	实际死亡率	灰色 GM(1,1)		经残差修正的灰色 GM(1,1)		灰色马尔柯夫	
		预 测	误 差(%)	预 测	误 差(%)	预 测	误 差(%)
1988	4.35	6.79	56.09	5.62	29.19	4.37	0.46
1989	4.00	6.17	53.40	5.32	33.00	4.07	1.75
1990	4.90	5.88	20.00	5.02	2.45	4.50	8.16
1991	5.80	5.61	3.28	4.75	18.10	6.00	3.45

3 讨 论

(1)灰色马尔柯夫预测不仅适用于非平稳序列的长期预测,而且更适用于随机波动大的序列的短期预测。

(2)灰色马尔柯夫预测的精度与状态划分是否合适关系极大,进行合适的状态划分需经反复试验比较才能最后确定。

参 考 文 献

1 邓聚龙. 社会和经济领域中的灰色系统. 北京:国防出版社,1985,1~15

2 邓聚龙. 灰色预测与决策. 武汉:华中工学院出版社,1986,7~9

3 何 勇,鲍一丹. 灰色马尔柯夫预测模型及其应用. 系统工程理论与实践. 1992,4:13~18

4 阎文义,柳树明,张世栋等. 灰色~马尔柯夫预测模型及其应用. 农业系统科学与综合研究. 1992,8(1):64~66

ALETAI GOAT/SHEEP MORTALITY RATE
FORECASTING BY GREY-MARKOV MODEL

Feng Dingyuan

(Department of Applied Meteorology, NIM, Nanjing, 210044, PRC)

Lü Xin Luo Xianping

(Department of Agronomy, Shihezi College of Agriculture, Shihezi, Xinjiang, 832003, PRC)

Abstract A combination of grey GM(1,1) with Markov prediction models is advantangeous in forecasting more accurately a sequence of greater stochasticity and fluctuation. The combined version, called the grey-Markov prediction model, is employed for investigating a time series of Aletai goat/sheep mortality rate and forecasting the misfortune in the years to follow, thus providing a scientific basis for the graziery and disaster pervention/reduction over Aletai of Xinjiang Province.

Keywords goat/sheep mortality rate, grey Markov chain, model, forecasting