南京气象学院学报
一九八一年　第二期

几个组合能量参数的性质

寿绍文

通常把单位质量空气的位能与动能之和称为"压能"，以 E_p 表示，$E_p=gZ+\frac{1}{2}V^2$，其中 Z、V，g 分别为高度、风速及重力加速度。而显热能与潜热能之和则称为湿空气的焓（简称"湿焓"），以 E_I 表示，$E_I=C_pT+Lq$，其中 T、q、C_p、L 分别为温度、比湿、定压比热和凝结潜热系数，L 取为常数。E_p 主要是一个动力学参数，E_I 则主要是一个热力学参数。将二者作不同的结合可得不同的参数，它们在性质上有某些差别。

一、E_I 与 E_p 之和 ΣE

E_I 与 E_p 之和 ΣE（$\Sigma E=E_I+E_p$）称为"总能量"。这是目前广大台站中应用广泛的一个能量参数。

总能量 ΣE 是一个准守恒的物理量。其守恒条件可由下列方程组来讨论。

$$\frac{du}{dt}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+fv \tag{1}$$

$$\frac{dv}{dt}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}-fu \tag{2}$$

$$\frac{dw}{dt}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}-g \tag{3}$$

$$C_p\frac{dT}{dt}=-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dt}+\frac{dQ}{dt}-\frac{dLq}{dt} \tag{4}$$

以上各式中，ρ、p、t、f、$\frac{dQ}{dt}$ 分别为密度、气压、时间、地转参数以及非绝热加热率。u、v、w、分别为风速 $\vec{V}$ 在 x、y、z 方向的分量。在(4)式的 $\frac{dq}{dt}$ 中，忽略了乱流扩散的作用。在无凝结蒸发时 $\frac{dq}{dt}=0$，饱和时 $q=q_s$（q_s 为饱和水汽压）。

将(1)、(2)、(3)式分别乘以u、v、w，然后相加，整理后得

$$\frac{dE_p}{dt} = -\frac{1}{\rho}\left(u\frac{\partial p}{\partial x} + v\frac{\partial p}{\partial y} + w\frac{\partial p}{\partial z}\right) \tag{5}$$

由(4)式整理后得

$$\frac{dE_I}{dt} = \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dt} + \frac{dQ}{dt} \tag{6}$$

将(5)、(6)两式相加得

$$\frac{d\sum E}{dt} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{dQ}{dt} \tag{7}$$

当气压场定常、绝热时，

$$\frac{d\sum E}{dt} = 0 \tag{8}$$

可见，ΣE守恒的条件为无摩擦、绝热和气压场定常。

二、E_I与E_p之差ΔE

E_I与E_p之差ΔE($\Delta E = E_I - E_p$)，其高值通常对应高温、高湿、低压、弱风的大气状况，而低值则对应低温、低湿、高压、强风的状况。在高值区与低值区之间，ΔE的等值线密集，这里往往是暖湿空气与干冷空气的交绥地带。

1.ΔE的守恒性

ΔE也具有准守恒性，其守恒条件可由下列讨论说明。假定$w \simeq 0$(准水平运动)，将(6)式减去(5)式，可得

$$\frac{d}{dt}(\Delta E) = \frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial p}{\partial t} + 2\left(u\frac{\partial p}{\partial x} + v\frac{\partial p}{\partial y}\right)\right] + \frac{dQ}{dt} \tag{9}$$

在无摩擦、气压场定常和绝热的条件下(即在总能量守恒的条件下)，(9)式可简化为

$$\frac{d}{dt}(\Delta E) = \frac{2}{\rho}\vec{V}\cdot\nabla_2 p \tag{10}$$

若运动是准地转的，即$\vec{V} \simeq \vec{V}_g$($\vec{V}_g$为地转风，$\vec{V}_g\cdot\nabla_2 p = 0$)，则

$$\frac{d}{dt}(\Delta E) = 0 \tag{11}$$

(11)式表明，在总能量守恒和准地转条件下，ΔE具有守恒性。

由(10)式可见，ΔE的个别变化是由地转偏差造成的。反之也可以说，当$\frac{d}{dt}(\Delta E) = 0$时，大气运动准是地转的。而当$\frac{d}{dt}(\Delta E) \neq 0$时，则是非地转的。

2.稳定性判据

ΔE 的垂直梯度也可以被用来判定大气稳定度。由浮力方程

$$\frac{dw}{dt}=g\frac{T-\overline{T}}{\overline{T}} \tag{12}$$

其中，T 为气块温度、$\overline{T}$ 为环境温度。令 T_0 为起始高度的温度，δZ 为气块上升高度。假设气块是饱和的，即 $q=q_s$。这时，$E_l=C_pT+Lq_s$，当气块湿绝热上升时，

$$T=T_0-\frac{g}{C_p}\delta Z-\delta\left(\frac{L}{C_p}q_s\right)$$

$$=T_0-\frac{d}{dZ}\left(\frac{g}{C_p}Z\right)\delta Z-\frac{d}{dZ}\left(\frac{L}{C_p}q_s\right)\delta Z \tag{13}$$

$$\overline{T}=T_0+\frac{d\overline{T}}{dZ}\delta Z \tag{14}$$

将(13)、(14)式代入(12)式，得

$$\frac{dw}{dt}=\frac{-g}{C_p\overline{T}}\left(\frac{d\Delta E}{dZ}+\frac{d2gZ}{dZ}\right)\delta Z$$

$$=\frac{-g}{C_p\overline{T}}\frac{d}{dZ}(\Delta E+2gZ)\delta Z \tag{15}$$

其中，$\Delta E=C_p\overline{T}+Lq_s-gZ$ （省略了动能项）。取 $\delta Z>0$，则

$$\frac{d}{dZ}(\Delta E+2gZ)\begin{matrix}>\\=\\<\end{matrix}0,\quad \text{对应}\quad \frac{dw}{dt}\begin{matrix}<\\=\\>\end{matrix}0,$$

令 $\Gamma_{\Delta E}=-\frac{d(\Delta E)}{dZ}$，则

$$\Gamma_{\Delta E}\begin{matrix}<\\=\\>\end{matrix}2g,\ \text{对应}\begin{matrix}\text{稳定}\\\text{中性}\\\text{不稳定}\end{matrix} \tag{16}$$

对于干空气块 （比湿 $q=0$），$\Delta E=C_pT-gZ$，$T=T_0-\frac{g}{C_p}\delta Z$，代入(12)式同样可以推导出(16)式的结果。(16)式即为静力稳定度和条件稳定度的判据。

在实际应用中，可以应用下列指数 I 作为稳定度判据。

$$I=(\Delta E)_{850}-(\Delta E)_{500} \tag{17}$$

其中，$(\Delta E)_{500}$ 及 $(\Delta E)_{850}$ 分别为500毫巴及850毫巴上的 ΔE 值，根据(16)式可知，I 值愈小，表示 $\Gamma_{\Delta E}$ 愈可能小于 $2g$。I 值愈大，表示 $\Gamma_{\Delta E}$ 愈可能大于 $2g$。因此近似地可以认为，I 值愈小，气层愈稳定，I 值愈大，气层愈不稳定。

三、E_I 与 E_p^{-1} 之积 ΠE

E_I 与 E_p^{-1} 之积 ΠE（$\Pi E = E_I \cdot E_p^{-1}$），也具有准守恒性。其守恒条件可由下列推导来说明。

$$\frac{d\Pi E}{dt} = \frac{d}{dt}\left(E_I \cdot E_p^{-1}\right) = \frac{1}{E_p}\left(\frac{dE_I}{dt} - \Pi E \frac{dE_p}{dt}\right)$$

$$= \frac{1}{E_p}\left[\frac{d\sum E}{dt} - \frac{dE_p}{dt}\left(1 + \frac{E_I}{E_p}\right)\right] \tag{18}$$

在 $\frac{d\sum E}{dt} = 0$（即总能量守恒）的条件下，

$$\frac{d\Pi E}{dt} = \frac{-\sum E}{E_p^2}\frac{dE_p}{dt} \simeq -\frac{\sum E}{E_p^2} \cdot \vec{V} \cdot \nabla E_p \tag{19}$$

当 $\vec{V} \simeq \vec{V}_E$ 时（$\vec{V}_E$ 为压能风，$\vec{V}_E \cdot \nabla E_p = 0$），

$$\frac{d\Pi E}{dt} = 0 \tag{20}$$

(20)式表明，ΠE 守恒的条件是总能量守恒和准压能风近似。

参 考 文 献

[1] 雷雨顺，吴宝俊，吴正华，用不稳定能量理论分析和预报夏季强风暴的一种方法，大气科学，2卷，4期，297—306页，1978年。

[2] 朱乾根，包澄澜，压能场用于暴雨分析，气象科学，1980，1。