

# 月平均高度场预报的多时刻 动力统计模式及其应用

张 邦 林

## 提 要

本文设计了两个预报北半球中高纬地区夏季500hPa月平均高度场的多时刻动力统计数值预报的谱模式：年预报模式和月预报模式。先用变分法，推导一个含有待定系数的以混合多项式为正交基函数的谱展开系数方程组；再根据历史资料，用最小二乘法确定模式中的待定系数；用单纯形法数值求解，作出非独立样本试报。结果表明，它们的预报效果都好于气候预报和随机预报。

长期预报存在两种不同的研究方法和途径，即大气动力学的数值预报方法和天气气候学的统计预报方法。前者主要通过对大气长期过程演变的物理机制的揭露，从因果制约的角度预测未来的情况；后者则主要通过对过去资料的整理、分析、比较和综合，揭示客观存在的内在规律。动力学的数值天气预报方法的优点是与现象的内在本质相联系，给出客观定量的结果。但大气中各种过程的相互制约非常复杂，从物理上，还了解得不多不深，在数学上，直接地足够精确地描述和求解几乎是不可能的。天气气候学的统计预报方法的优点在于对过去资料的直接观察和分析研究。但它又带有直观的表面的性质。因此，发展动力学与统计学相结合的长期数值天气预报方法，或许能取其优点，补其不足<sup>[1-3]</sup>。本文的工作就是在这方面的一个试验。

## 一、资料的使用及其处理方法

在月平均高度场的长期数值预报中，数值地求解支配大气长期运动的方程，可使用两种方法：网格点法和谱方法。谱方法是把月平均高度场在研究区域上用适当的正交函数系展开，使大气长期运动方程变成关于其展开系数随时间变化的方程。显然，用什么样的正交函数系是值得考虑的。混合多项式展开法是沿经圈按切比雪夫多项式、沿纬圈按傅里叶级数展开月平均高度场的方法。由于它的低阶典型场的天气学意义非常明晰，能形

象地描述月平均高度场的状况,又由于它的低阶典型场的结构与日平均高度场的结构比较接近,能用比其它方法少得多的项数来展开,从而在不增加谱截断误差的情况下,减少计算量。因此,我们选混合多项式为正交基函数系。

取1948—1983年逐月北半球500hPa月平均高度场在 $40^{\circ}$ — $75^{\circ}$ N内的网格点资料(每10个经度和5个纬度取一网格点),用 $x$ 和 $y$ 表示格点坐标, $x$ 轴沿 $0^{\circ}$ E自南向北, $y$ 轴沿 $40^{\circ}$ N自西向东,共在288个格点上取值,用混合多项式展开高度场 $H(x,y)$ ,其式为:

$$H(x,y) = \sum_l \sum_m \psi_l(x) (A_{lm} \cos \alpha my + B_{lm} \sin \alpha my)$$

其中 $\alpha = (\pi/18)$ ,  $\psi_l(x)$ 为1阶切比雪夫多项式, $m$ 是纬向上的谐波波数。 $A_{lm}$ 、 $B_{lm}$ 为展开系数,其表达式为:

$$A_{l0} = \sum_{x=1}^8 \sum_{y=0}^{35} H(x,y) \psi_l(x) / 36 \sum_{x=1}^8 \psi_l^2(x)$$

$$B_{l0} = 0$$

$$A_{lm} = 2 \sum_{x=1}^8 \sum_{y=0}^{35} H(x,y) \psi_l(x) \cos \alpha my / 36 \sum_{x=1}^8 \psi_l^2(x)$$

$$B_{lm} = 2 \sum_{x=1}^8 \sum_{y=0}^{35} H(x,y) \psi_l(x) \sin \alpha my / 36 \sum_{x=1}^8 \psi_l^2(x)$$

对于中高纬度500hPa月平均高度场,取有限项展开式所获得的高度场与实际高度场相当逼近。当 $l=0$ 时, $m$ 取0,1,2,3;当 $l=1$ 时, $m$ 取0,1,2。用12项来拟合月平均高度场,其相对误差约为1—2%,误差平方和与总方差之比小于5%。因此,可令:

$$\begin{aligned} \hat{H}(x,y) = & \sum_{m=0}^3 (A_{0m} \cos \alpha my + B_{0m} \sin \alpha my) \\ & + \sum_{m=0}^2 (A_{1m} \cos \alpha my + B_{1m} \sin \alpha my) \psi_1(x) \end{aligned}$$

近似代替实际月平均高度场。这样,就把1948—1983年月平均高度场的 $40^{\circ}$ — $75^{\circ}$ N格点资料转换成展开系数资料,可用以确定多时刻统计动力谱模式的待定系数和作为制作长期数值天气预报的多时刻初始资料。

## 二、模式的推导

我们在三维区域 $2\pi/9 = \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2 = 5\pi/12$ ,  $0 \leq \lambda \leq 2\pi$ ,  $\alpha \leq t \leq \beta$ 中假定大气满足无辐散正压涡度方程和边界条件及周期性条件:

$$\begin{cases} -\Delta \frac{\partial \psi}{\partial t} = J(\psi, \Delta \psi + f) \\ \psi|_{\varphi=\varphi_1} = \psi_1(\lambda, t) \\ \psi|_{\varphi=\varphi_2} = \psi_2(\lambda, t) \\ \psi(\varphi, \lambda, t) = \psi(\varphi, \lambda + 2\pi, t) \end{cases}$$

这里

$$\Delta = \frac{1}{a_0^2 \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{a_0^2 \cos \varphi} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2}$$

$$J(A, B) = \frac{1}{a_0^2 \cos \varphi} \left( \frac{\partial A}{\partial \lambda} \frac{\partial B}{\partial \varphi} - \frac{\partial A}{\partial \varphi} \frac{\partial B}{\partial \lambda} \right)$$

其中  $\psi$  是流函数,  $\varphi$  是纬度,  $\lambda$  是经度,  $a_0$  是地球半径。令  $S = \partial \psi / \partial t$ , 则无辐散正压涡度方程转化为:

$$-\Delta S = J(\psi_0 + \int_0^t S dt, \Delta \psi_0 + \Delta \int_0^t S dt + f) \quad (1)$$

求解方程(1)与求解(2)、(3)是等价的。

$$S_{\Omega} = \text{Min}_{S \in \Omega} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_0^{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} (-S \Delta S - 2f_{\Omega} S) \cos \varphi d\varphi d\lambda dt \quad (2)$$

$$f_{\Omega} = J(\psi_0 + \int_0^t S_{\Omega} dt, \Delta \psi_0 + \Delta \int_0^t S_{\Omega} dt + f) \quad (3)$$

其中,  $\Omega$  为  $S$  及其所需阶数的导函数组成的集合。

月平均高度场的预报问题可分为两种: ①取本月环流  $\psi_0$  以及过去  $n$  个月环流  $\psi_{-1}$ 、 $\psi_{-2}$ 、 $\dots$ 、 $\psi_{-n}$  为多时刻初始资料, 预报下个月的环流  $\psi_1$ , 这可称月预报。②取本年度预报月份的环流  $\psi_0$  以及过去  $n$  年相同月份的环流  $\psi_{-1}$ 、 $\psi_{-2}$ 、 $\dots$ 、 $\psi_{-n}$  为多时刻初始资料, 预报下一年该月环流  $\psi_1$ , 可称年际预报。由于仅有时间离散点上的资料, 所以假定:

$$\psi = \sum_{k=-n}^1 \psi_k P_k^a(t) \quad (4)$$

那么

$$S = \frac{\partial \psi}{\partial t} = \sum_{k=-n}^1 \psi_k \frac{d}{dt} P_k^a(t) \quad (5)$$

其中  $P_k^a(t)$  为待定插值函数。很明显, 对于月预报和年际预报, 尽管  $\psi$ 、 $S$  的数值以及时间格距是不同的, 但形式上都满足(4)、(5)。因此, 以下的推导对这两个模式皆适用。

$\psi_0$ 、 $\psi_{-1}$ 、 $\psi_{-2}$ 、 $\dots$ 、 $\psi_{-n}$  由实际观测资料确定, 由  $\psi_1$  所有可能出现的情况按(6)式

而产生的  $S$  的全体可看成  $\Omega$ ，将(6)代入泛函数  $\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_0^{2\pi} \int_a^b (-S\Delta S - 2f_0 S) \cos\varphi d\varphi d\lambda dt$  中，把  $f_0$  看成已定的函数，用变分方法先考虑二重积分泛函  $\iint_D F(\mu, \mu_x, \mu_y, \dots) dx dy$  的欧拉变分方程为：

$$F_\mu - \frac{\partial}{\partial x} F_{\mu_x} - \frac{\partial}{\partial y} F_{\mu_y} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} F_{\mu_{xx}} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} F_{\mu_{xy}} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} F_{\mu_{yy}} \\ + \dots + (-1)^n \frac{\partial^n}{\partial y^n} F_{\mu_{yyy\dots y}} = 0$$

可求出含有  $\psi_1$ 、 $f_0$  的欧拉方程。再将(5)代入(3)得到用  $\psi_1$  表示的  $f_0$ ，把  $f_0$  代入关于  $\psi_1$ 、 $f_0$  的欧拉方程中，就得到确定  $\psi_1$  的方程

$$\sum_{k=-n}^1 \{ \alpha_k^n \Delta \psi_k + \beta_k^n J(\psi_k, f) \} = \sum_{p, q=-n}^1 \gamma_{pq}^n J(\Delta \psi_q, \psi_p) \quad (6)$$

这里

$$\alpha_k^n = \int_{-n}^1 \frac{dp_k^n(t)}{dt} \cdot \frac{dp_k^n(t)}{dt} \cdot dt$$

$$\beta_k^n = \int_{-n}^1 \frac{dp_k^n(t)}{dt} p_k^n(t) dt$$

$$\gamma_{pq}^n = \int_{-n}^1 \frac{dp_p^n(t)}{dt} p_p^n(t) p_q^n(t) dt$$

易于看出， $\alpha_k^n$ 、 $\beta_k^n$ 、 $\gamma_{pq}^n$  是  $p_k^n(t)$  的函数，则待定插值函数  $p_k^n(t)$  的确定就转为待定系数  $\alpha_k^n$ 、 $\beta_k^n$ 、 $\gamma_{pq}^n$  的确定。为不失一般性，我们取多时刻模式的最简情况，即令  $n=1$ 。

为确定待定系数和作出具体预报，我们使用谱方法。为此，令

$$\psi_k = \frac{g}{f} \sum_{m=0}^3 (A_{0m}^k \cos \alpha m \lambda + B_{0m}^k \sin \alpha m \lambda) \\ + \frac{g}{f} \sum_{m=0}^2 (A_{1m}^k \cos \alpha m \lambda + B_{1m}^k \sin \alpha m \lambda) \quad \left( \varphi \frac{36}{\pi} - 11.5 \right)$$

这里  $k$  表示  $k$  离散时刻，将此式代入方程(6)中，方程两边分别乘以  $\cos \alpha m \lambda$ 、 $\sin \alpha m \lambda$

$$(m=0, 1, 2, 3), \quad \cos \alpha m \lambda \left( \varphi \frac{36}{\pi} - 11.5 \right), \quad \sin \alpha m \lambda \left( \varphi \frac{36}{\pi} - 11.5 \right)$$

( $m=0, 1, 2$ )，在整个环带区域中积分，并对同类项作零级近似后得谱形式的方程组近似如下

$$\sum_{k=-1}^1 a_k \cdot 0.6120 A_{10}^k + \sum_{p,q=-1}^1 \gamma_{pq} (1.2713 A_{12}^q B_{11}^p + 5.1146 A_{12}^q B_{12}^p - 1.4121 B_{02}^q A_{12}^p - 1.2686 B_{02}^q - 3.0586 B_{12}^q A_{12}^p + 1.4217 A_{02}^q B_{12}^p) = 0.0$$

$$\sum_{k=-1}^1 (a_k \cdot 0.6120 A_{11}^k + b_k \cdot 5.2560 B_{01}^k) + \sum_{p,q=-1}^1 \gamma_{pq} (1.7737 A_{03}^q + 1.6787 A_{11}^q B_{12}^p - 1.0655 B_{03}^q A_{12}^p - 1.7708 B_{12}^q A_{03}^p - 1.1650 B_{11}^q A_{12}^p + 1.0662 A_{03}^q B_{12}^p) = 0.0$$

$$\sum_{k=-1}^1 [a_k (-0.6852) A_{03}^k + b_k 15.7680 B_{03}^k] + \sum_{p,q=-1}^1 \gamma_{pq} 2.0631 A_{10}^q B_{03}^p = 0.0$$

$$\sum_{k=-1}^1 [a^k (-0.3048 A_{02}^k - 0.1866 A_{12}^k) + b_k \cdot 10.5120 B_{02}^k] + \sum_{p,q=-1}^1 \gamma_{pq} (1.4025 A_{11}^q B_{03}^p + 1.6013 A_{10}^q B_{12}^p A_{03}^p) = 0.0$$

$$\sum_{k=-1}^1 a_k 0.1829 B_{11}^k - b_k 5.2560 A_{01}^k + \sum_{p,q=-1}^1 \gamma_{pq} (-1.0655 A_{11}^q A_{12}^p - 1.0633 B_{03}^q A_{12}^p - 1.7714 B_{03}^q - 1.5558 B_{12}^q + 1.0663 A_{03}^q A_{12}^p) = 0.0$$

$$\sum_{k=-1}^1 [a_k (-0.3049 B_{02}^k - 0.1867 B_{12}^k) + b_k (-10.5120 A_{02}^k)] + \sum_{p,q=-1}^1 \gamma_{pq} (-1.0510 A_{11}^q A_{03}^p - 1.2275 A_{12}^q A_{03}^p - 1.4017 B_{03}^q) = 0.0$$

$$\sum_{k=-1}^1 [a_k (-0.6860 B_{03}^k) + b_k (-15.7680 A_{03}^k)] + \sum_{p,q=-1}^1 \gamma_{pq} (-2.0640 A_{10}^q A_{03}^p) = 0.0$$

$$\sum_{k=-1}^1 a_k \cdot 0.6682 A_{10}^k + \sum_{p,q=-1}^1 \gamma_{pq} (2.7719 A_{11}^q B_{01}^p - 17.0100 A_{12}^q B_{02}^p + 2.7719 A_{11}^q B_{11}^p + 17.0100 A_{12}^q - 3.5120 B_{12}^q A_{12}^p - 3.2254 B_{12}^q A_{02}^p - 1.9618 B_{11}^q A_{11}^p + 10.5289 B_{12}^q A_{12}^p + 3.5133 A_{02}^q B_{12}^p) = 0.0$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=-1}^1 [a_k(0.1231A_{01}^k - 0.1903A_{11}^k) + b_k \cdot 28.9080B_{11}^k] \\
& + \sum_{p,q=-1}^1 \gamma_{pq}(2.3414A_{12}^q B_{11}^p + 5.4706A_{11}^q B_{12}^p - 8.770B_{01}^q A_{12}^p \\
& - 2.6631B_{03}^q A_{12}^p - 1.0631B_{11}^q A_{02}^p - 4.2285B_{12}^q A_{02}^p \\
& - 1.5482B_{11}^q A_{11}^p - 3.8513B_{11}^q A_{12}^p + 0.8783A_{01}^q B_{12}^p \\
& + 2.6349A_{03}^q B_{12}^p) = 0.0 \\
& \sum_{k=-1}^1 [a_k(-0.4925A_{02}^k - 1.7632A_{12}^k) + b_k 57.8160B_{12}^k] \\
& + \sum_{p,q=-1}^1 \gamma_{pq}(4.8759A_{10}^q B_{02}^p + 14.0936A_{11}^q B_{03}^p + 4.8759A_{10}^q B_{12}^p \\
& - 2.9480B_{11}^q A_{03}^p - 1.0515B_{12}^q A_{10}^p) = 0.0 \\
& \sum_{k=-1}^1 [a_k(-0.1232B_{01}^k - 0.1903B_{11}^k) + b_k(-28.9086A_{11}^k)] \\
& + \sum_{p,q=-1}^1 \gamma_{pq}(-2.4275A_{10}^q B_{03}^p + 2.0066A_{12}^q A_{11}^p \\
& - 4.8023B_{01}^q B_{12}^p + 2.6350B_{02}^q B_{12}^p + 1.2898B_{12}^q B_{11}^p \\
& - 4.9465B_{11}^q B_{12}^p - 0.8783A_{01}^q A_{12}^p + 2.6350A_{03}^q A_{12}^p) = 0.0 \\
& \sum_{k=-1}^1 [a_k(-0.4927B_{02}^k - 1.7638B_{12}^k) + b_k(-57.8160)A_{12}^k] \\
& + \sum_{p,q=-1}^1 \gamma_{pq}(-0.9881A_{10}^q A_{02}^p - 2.0474A_{11}^q A_{03}^p \\
& + 1.0519A_{12}^q A_{03}^p + 1.0519A_{12}^q A_{10}^p - 3.5374A_{10}^q A_{12}^p) = 0.0
\end{aligned}$$

### 三、待定系数的辨识

在最小二乘意义下辨识待定系数，也就是对给定的U组数据 $\vec{x}_\mu$ ，要求确定关于 $\vec{x}$ 为非线性的V个联立方程 $\vec{F}(\vec{x}, \vec{\alpha}) = 0$ 中的线性待定系数 $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_u)$ 使

$$Q = \sum_{\mu=1}^U \|\vec{F}(\vec{x}_\mu, \vec{\alpha})\|^2 \text{ 达到最小。它可以转化为确定 } y_\nu = \sum \alpha_i g_{i\nu}(\vec{x}) \text{ 中的参数 } \vec{\alpha} \text{ 使}$$

$$Q = \sum_{\mu=1}^U \sum_{\nu=1}^V (y_\nu^\mu - \sum_i \alpha_i g_{i\nu}^\mu)^2 \text{ 达到最小。根据极值原理，这时求解 } \vec{\alpha} \text{ 的方程组为}$$

$$\sum_{j=1}^n S_{ij} \alpha_j = S_{i\bar{y}} \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

这里  $S_{ij} = \sum_{\mu} \sum_{\nu} g_{i\nu}^{\mu} g_{j\nu}^{\mu}$ ,  $S_{i\bar{y}} = \sum_{\mu} \sum_{\nu} g_{i\nu}^{\mu} y_{\nu}^{\mu}$  可用历史资料求出。

利用过去36年分解系数资料，并假定系数  $\alpha$  对应于6—8月的模式1和模式2是时不变的，定出待定系数  $\alpha$  见表1。

表1 三个模式待定参数的计算值  $\alpha$

| 参数值<br>参数     | 模式 1    | 模式 2    | 模式 3    |
|---------------|---------|---------|---------|
| $\alpha_1$    | 0.0302  | -0.0722 | -1.0386 |
| $\alpha_2$    | 0.0272  | 0.0194  | 2.0640  |
| $\alpha_3$    | -0.0548 | 0.0583  | -0.9604 |
| $\beta_1$     | 0.0087  | 0.0011  | 0.0041  |
| $\beta_2$     | 0.0028  | 0.0019  | 0.0033  |
| $\beta_3$     | -0.0227 | -0.0218 | -0.0749 |
| $\gamma_{11}$ | -0.1028 | -0.0315 | 0.0892  |
| $\gamma_{12}$ | -0.1355 | -0.1766 | -0.1034 |
| $\gamma_{13}$ | 0.2645  | 0.2093  | -0.0121 |
| $\gamma_{21}$ | -0.1989 | -0.0739 | 0.0350  |
| $\gamma_{22}$ | -0.0755 | -0.0796 | -0.0698 |
| $\gamma_{23}$ | 0.2781  | 0.1779  | -0.0596 |
| $\gamma_{31}$ | 0.4372  | 0.2446  | 0.1637  |
| $\gamma_{32}$ | 0.4310  | 0.5700  | 0.1738  |
| $\gamma_{33}$ | -1.0000 | -1.0000 | -1.0000 |

#### 四、月平均高度场的试报

模式中的待定系数确定以后，该模式也就完全确定了。预报的制作归结为一个非线性方程组  $\vec{F}(\vec{x}) = 0$  的求解问题，进而它可转为求解  $f(\vec{x}) = \|\vec{F}(\vec{x})\|^2$  的极小值问题，我们采用单纯形法求解<sup>[4, 5]</sup>。

为消去模式的系统性误差，设

$$x_i = a + b \hat{x}_i$$

式中  $\hat{x}_i$  为模式的解， $x_i$  为实况值，使用预报误差平方和为最小的条件可定出  $a$ 、 $b$ ，从而可对模式的解作客观订正。

用1948—1982年的6—8月展开系数资料作多时刻初始资料,用年际预报模式作1950—1983年6—8月共34年的月平均高度场的非独立样本试报,用月预报模式,取1948—1983年的4—7月展开系数资料作了36年的6—8月平均高度场的非独立样本试报。

为了解模式性能,又对30多年的试报结果作了统计评价。表2分别给出用模式1和模式2试报的展开系数与实况的相关系数 $R$ 和距平符号一致率 $P_1$ 。

表2 展开系数试报与实况的相关系数 $R$ 和距平符号一致率 $P_1$ (表中数字为 $R/P_1$ )

| 系 数      | 模 式 1     |           |           |           |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|          | 6 月       | 7 月       | 8 月       | 平 均       |
| $A_{00}$ | 0.20/0.44 | 0.13/0.39 | 0.15/0.61 | 0.16/0.48 |
| $A_{10}$ | 0.25/0.78 | 0.27/0.58 | 0.06/0.58 | 0.19/0.65 |
| $A_{01}$ | 0.08/0.58 | 0.20/0.56 | 0.25/0.31 | 0.24/0.48 |
| $A_{11}$ | 0.09/0.64 | 0.01/0.53 | 0.30/0.61 | 0.13/0.59 |
| $B_{01}$ | 0.11/0.61 | 0.17/0.47 | 0.04/0.53 | 0.11/0.54 |
| $B_{11}$ | 0.12/0.67 | 0.22/0.56 | 0.32/0.61 | 0.22/0.61 |
| $A_{02}$ | 0.07/0.39 | 0.15/0.53 | 0.05/0.64 | 0.09/0.52 |
| $A_{12}$ | 0.11/0.69 | 0.27/0.58 | 0.38/0.64 | 0.25/0.64 |
| $B_{02}$ | 0.22/0.50 | 0.18/0.56 | 0.30/0.58 | 0.23/0.55 |
| $B_{12}$ | 0.18/0.47 | 0.01/0.44 | 0.12/0.50 | 0.10/0.47 |
| $A_{03}$ | 0.14/0.39 | 0.06/0.47 | 0.01/0.58 | 0.07/0.48 |
| $B_{03}$ | 0.05/0.56 | 0.18/0.61 | 0.36/0.59 | 0.20/0.56 |

| 系 数      | 模 式 2     |           |           |           |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|          | 6 月       | 7 月       | 8 月       | 平 均       |
| $A_{00}$ | 0.27/0.64 | 0.43/0.61 | 0.05/0.53 | 0.26/0.59 |
| $A_{10}$ | 0.28/0.61 | 0.08/0.47 | 0.11/0.58 | 0.16/0.55 |
| $A_{01}$ | 0.16/0.47 | 0.35/0.61 | 0.24/0.64 | 0.25/0.57 |
| $A_{11}$ | 0.11/0.53 | 0.13/0.56 | 0.24/0.58 | 0.16/0.55 |
| $B_{01}$ | 0.10/0.50 | 0.05/0.56 | 0.26/0.58 | 0.14/0.55 |
| $B_{11}$ | 0.14/0.58 | 0.02/0.56 | 0.05/0.53 | 0.07/0.56 |
| $A_{02}$ | 0.25/0.56 | 0.16/0.56 | 0.14/0.56 | 0.18/0.56 |
| $A_{12}$ | 0.03/0.53 | 0.17/0.64 | 0.28/0.64 | 0.16/0.60 |
| $B_{02}$ | 0.32/0.67 | 0.37/0.56 | 0.17/0.50 | 0.28/0.58 |
| $B_{12}$ | 0.01/0.44 | 0.22/0.61 | 0.26/0.39 | 0.16/0.48 |
| $A_{03}$ | 0.15/0.53 | 0.15/0.64 | 0.30/0.61 | 0.20/0.59 |
| $B_{03}$ | 0.16/0.44 | 0.12/0.56 | 0.13/0.56 | 0.14/0.52 |



由表可知: 两个模式展开系数试报与实况的  $R$  均为正值, 且大多数展开系数试报与实况的  $P_1 > 0.50$ 。因此, 两个模式的平均试报效果高于随机预报和气候预报。

考虑模式 1、模式 2 和气候预报的谱展开系数的均方误差(表略), 易看出各系数试报的均方误差皆小于气候预报的均方误差, 两个模式试报效果随时间的变化, 都以 7 月的试报均方差为最小, 8 月次之, 6 月较差。

另外, 我们用谱展开式把试报的展开系数还原成月平均高度场, 表 3 给出了  $40^\circ - 75^\circ N$  内 288 个  $10 \times 5$  经纬网格点上每年月平均高度场与实况场(谱展开返回场)的距平符号一致率  $P_2$ , 其效果也是 7 月最好, 8 月次之, 6 月较差。比较两模式发现, 使用模式 1 的平均距平符号一致率  $\bar{P}_2 = 0.61$ ,  $P_2 > 0.50$  的年百分率  $\sigma = 0.81$ ; 使用模式 2 的  $\bar{P}_2$

表 3 高度场试报与实况的距平符号一致率  $P_2$ (每 5 年举例)

| 年<br>份                    | 模 式 1 |      |      | 模 式 2 |      |      |
|---------------------------|-------|------|------|-------|------|------|
|                           | 6 月   | 7 月  | 8 月  | 6 月   | 7 月  | 8 月  |
| 1948                      | /     | /    | /    | 0.72  | 0.56 | 0.78 |
| ⋮                         | ⋮     | ⋮    | ⋮    | ⋮     | ⋮    | ⋮    |
| 1953                      | 0.61  | 0.59 | 0.59 | 0.51  | 0.83 | 0.44 |
| ⋮                         | ⋮     | ⋮    | ⋮    | ⋮     | ⋮    | ⋮    |
| 1958                      | 0.73  | 0.54 | 0.59 | 0.66  | 0.70 | 0.51 |
| ⋮                         | ⋮     | ⋮    | ⋮    | ⋮     | ⋮    | ⋮    |
| 1963                      | 0.77  | 0.77 | 0.68 | 0.37  | 0.43 | 0.62 |
| ⋮                         | ⋮     | ⋮    | ⋮    | ⋮     | ⋮    | ⋮    |
| 1968                      | 0.81  | 0.77 | 0.73 | 0.84  | 0.47 | 0.60 |
| ⋮                         | ⋮     | ⋮    | ⋮    | ⋮     | ⋮    | ⋮    |
| 1973                      | 0.65  | 0.66 | 0.73 | 0.68  | 0.68 | 0.45 |
| ⋮                         | ⋮     | ⋮    | ⋮    | ⋮     | ⋮    | ⋮    |
| 1978                      | 0.73  | 0.45 | 0.68 | 0.61  | 0.65 | 0.48 |
| ⋮                         | ⋮     | ⋮    | ⋮    | ⋮     | ⋮    | ⋮    |
| 1983                      | 0.40  | 0.65 | 0.69 | 0.72  | 0.43 | 0.69 |
| 平均                        | 0.59  | 0.63 | 0.61 | 0.60  | 0.61 | 0.59 |
| $P_2 \geq 0.50$ 的<br>年百分率 | 0.71  | 0.91 | 0.76 | 0.69  | 0.75 | 0.78 |

$=0.60$ 、 $\sigma=0.74$ ，即年际预报模式略好于月预报模式。

与文献[6]得到非独立样本试报的距平符号一致率  $\overline{P_2}=0.516$  比较,我们的效果要略好些。

分析模式1、模式2和气候预报的各年高度场试报和实况的均方差分布(表略)可得,使用模式1和模式2试报的平均均方误差小于气候预报的均方误差。使用模式1的102次试报中有60次试报的均方误差小于气候预报的均方误差,占总试报次数的58.8%。使用模式2的108次试报中,有64次试报的均方误差小于气候预报的均方误差,占总预报次数的59.3%。从误差数值来看,月预报模式略好于年际预报模式。

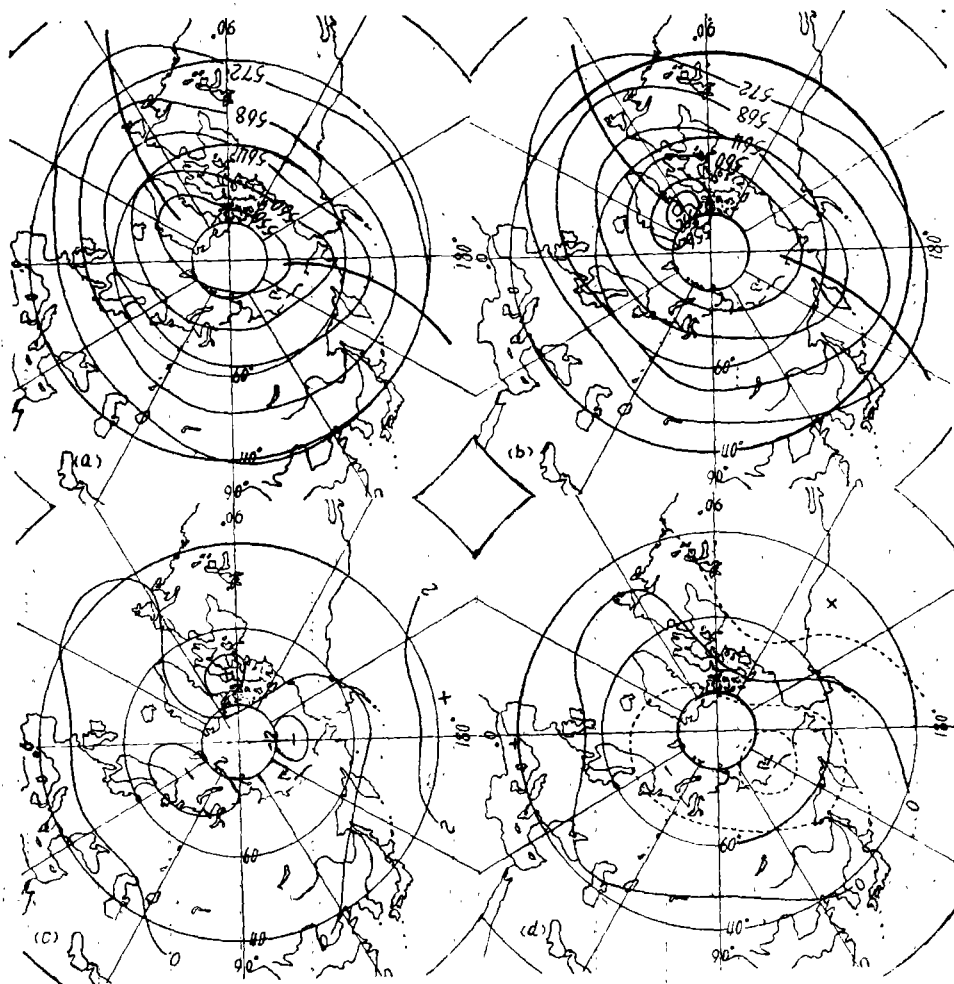


图1 a. 1963年7月500hPa月平均高度场实况图  
 b. 1963年7月500hPa月平均高度场试报图  
 c. 1963年7月500hPa月平均高度距平场实况图  
 d. 1963年7月500hPa月平均高度距平场试报图

分析月平均高度场和距平场的全部试报结果和实况分布可见: ①在月平均高度场中, 极涡和槽脊位置试报效果较好, 槽脊位置误差一般在20个经度以内。②月平均高度距平场的主要分布形式比较一致, 报出了占多数的距平中心位置, 但强度一般报得偏弱。图1给出了试报效果较好的1963年7月的试报结果和实况分布。

综上所述, 可以得到以下几点结论:

1. 年际预报模式和月预报模式的非独立样本试报结果高于随机预报和气候预报。
2. 年际预报模式和月预报模式的非独立样本试报效果随时间变化, 以7月最好, 8月次之, 6月较差。
3. 从月平均高度场试报的距平符号一致率来看, 年际预报模式略好于月预报模式, 但从数值误差来看, 则与之相反。

## 五、讨 论

1. 由于中高纬和中低纬地区的月平均环流结构不同, 若把模式方程写在整个半球上, 使用球谐函数或混合多项式等为正交基函数作谱展开, 有可能需要保留较多的项, 才能满足精度, 这将会增大计算量, 并且有些项仅仅是为了满足数学上的精度, 其天气学意义不明显。因此, 我们把模式方程写在中高纬带内, 并且寻求出比较合适的正交基函数系是混合多项式。

2. 尽管我们的模式方程可以将方程中未曾包含的物理作用, 通过使用蕴含着这种作用的过去资料加以考虑, 但对于长期数值天气预报来说, 使用最简单的无辐散正压模式, 是过分简化了。因此, 可以考虑使用斜压模式作进一步的试验。

3. 对用于3—5月的月预报模式(模式3), 利用历史资料定出待定系数 $\bar{\alpha}$ 。比较模式2和3发现, 对应于不同月份组的月预报模式所确定的系数是不同的。因此, 参数是时不变的假定有一些问题, 需要做更精细的试验, 以求改进。

本文承王得民副教授指导, 在此谨表谢意。

## 参 考 文 献

- [1] 顾震潮, 天气预报中过去资料的使用问题, 气象学报, 29卷, 3期, 176—184, 1958。
- [2] 丑纪范, 天气数值预报中使用过去资料的问题, 数值预报和数理统计预报会议文集, 42—48, 科学出版社, 1974。
- [3] 郑庆林、杜行远, 使用多时刻观测资料的数值预报新模式, 中国科学, 1973, 3, 289—297。
- [4] 王德人, 非线性方程组解法与最优化方法, 人民教育出版社, 1979。
- [5] 冯康等, 数值计算方法, 国防工业出版社, 1978。
- [6] 李小泉、薛纪善、马镜娴等, 一个长期数值预报模式的初步试验报告, 东北夏季低温长期预报文集, 250—263, 气象出版社, 1981。

DYNAMICAL-STATISTICAL MODELS FOR  
FORECASTING THE MONTHLY MEAN  
HEIGHTS AT 500 hPa AND  
THEIR APPLICATIONS

Zhang Banglin

ABSTRACT

Two dynamical-statistical spectral models for forecasting the 500 hPa monthly mean height (MMH) in the Northern Hemisphere are described. One is based on the annual variation of MMH; the other on the monthly variation. First, the spectral equations with unknown coefficients are given by means of variation method. Then, making use of past data, the unknown coefficients are estimated by the least square method. Finally, solutions of the two models are obtained by simplex method. It is shown that the skill scores of the models are better than that of persistence forecasting.